Universität der Bundeswehr München

Fakultät für Humanwissenschaften
Sozialwissenschaftliche Methodenlehre
Prof. Dr. Daniel Lois

Mehrebenenanalyse mit SPSS: Grundlagen und Erweiterungen

Stand: September 2022 (V2.1)

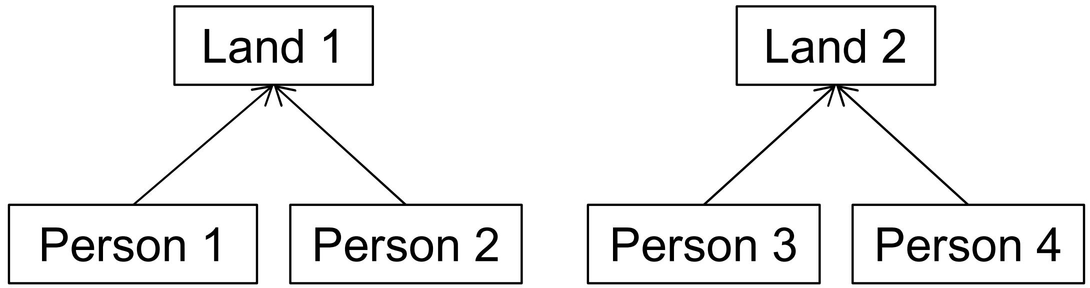
Inhaltsverzeichnis

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

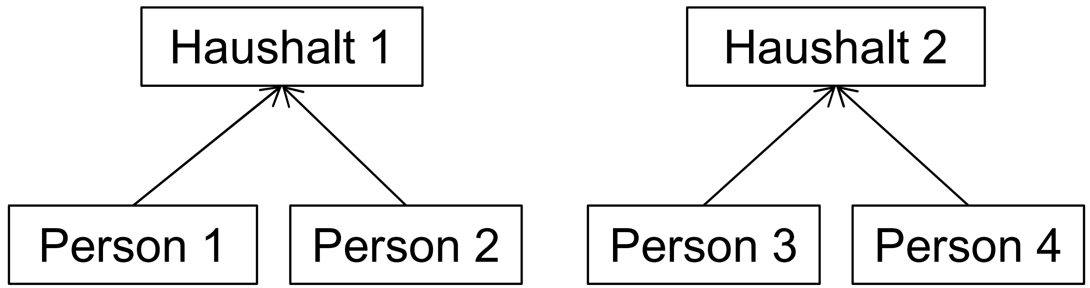
- Eine Mehrebenenstruktur liegt vor, wenn Daten einer Analyseebene hierarchisch in einer zweiten geschachtelt sind
- Die nächste Folie zeigt hierzu drei Beispiele: Personen (Ebene 1) sind der übergeordneten Ebene „Land“ oder „Haushalt“ zugeordnet
- Auch Längsschnitt- bzw. Paneldaten lassen sich als Mehrebenendaten auffassen; hier entspricht Ebene 1 den Messzeitpunkten und die übergeordnete Ebene 2 sind Personen, bei denen eine Variable mehrfach gemessen wird
- Auch komplexere Hierarchien mit 3 oder mehr Ebenen sind denkbar (siehe Beispiel 4)

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

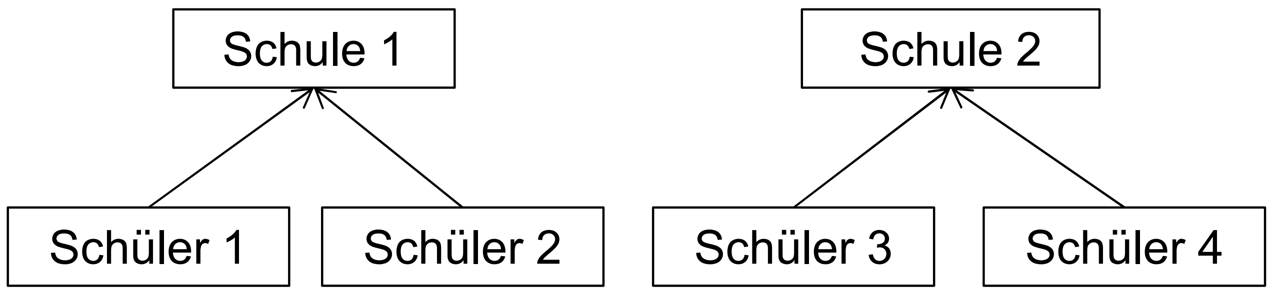
Beispiel 1: Personen (Ebene 1) gruppieren sich in Ländern (Ebene 2)



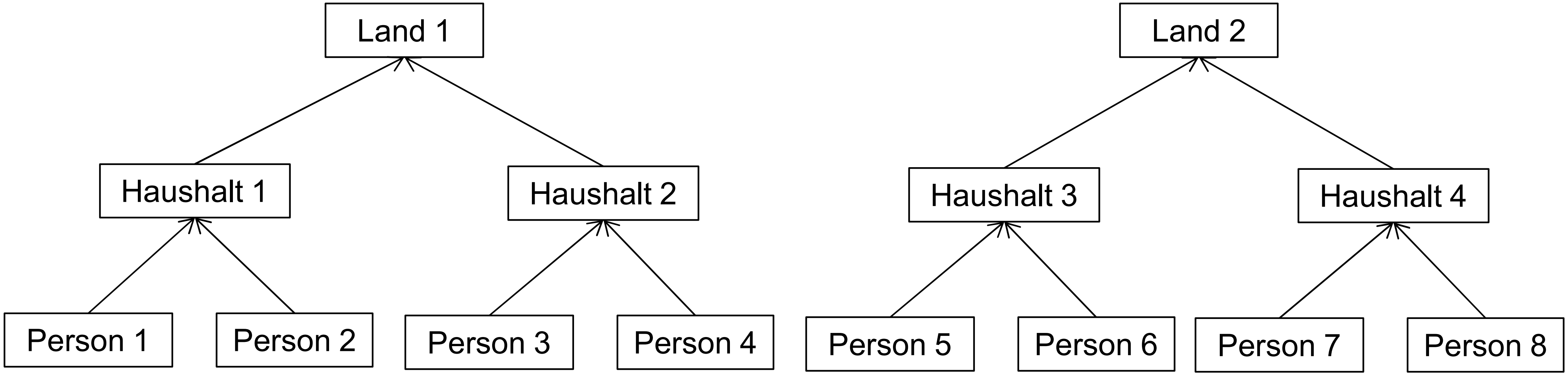
Beispiel 2: Personen (Ebene 1) gruppieren sich in Haushalten (Ebene 2)



Beispiel 3: Schüler(innen) (Ebene 1) gruppieren sich in Schulen (Ebene 2)



Mehrebenenanalyse: Grundlagen



Beispiel 4: Personen (Ebene 1) gruppieren sich in Haushalte (Ebene 2), Haushalte gruppieren sich in Länder (Ebene 3)

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Wenn hierarchische Daten vorliegen, sind die einzelnen Beobachtungen auf Ebene 1 (z.B. Personenebene) nicht unabhängig voneinander, was bei der Datenanalyse zu berücksichtigen ist
- Geschieht dies nicht, können Schätzungen von Zusammenhängen, Varianzen und Signifikanzniveaus verfälscht werden
- Das folgende Skript beschäftigt sich einführend mit Verfahren zur Analyse von Mehrebenendaten im Programm SPSS
- Die einführende Darstellung beschränkt sich auf 2 Ebenen, eine metrische abhängige Variable und Querschnittdaten
- Anschließend werden Erweiterungen (Paneldaten und Trenddaten) behandelt

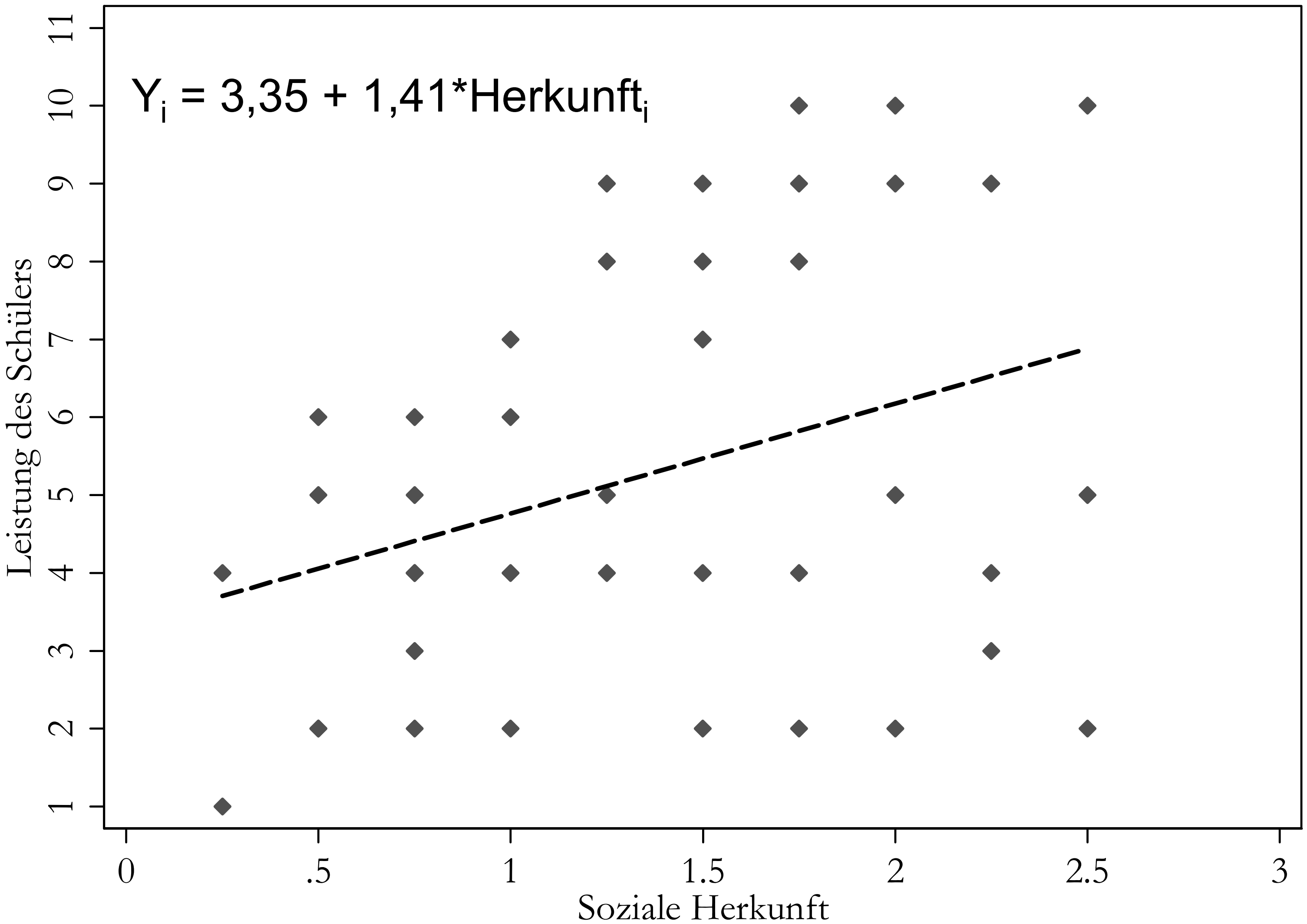
Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Mehrebenenanalysen sind vor allem zum Zweck der Analyse von Individuen in Gruppen entwickelt worden
- Da z.B. Schüler in Schulklassen geschachtelt sind, muss die Leistung eines Schülers als Funktion von Einflüssen auf individueller Ebene (etwa kognitive Fähigkeiten) und auf Klassenebene (z.B. Erfahrung des jeweiligen Lehrers) analysiert werden
- Merkmale auf Klassenebene sind für alle Schüler einer Klasse gleich, können sich aber zwischen Schulklassen unterscheiden
- Daneben kann von Interesse sein, ob die Beziehungen zwischen Variablen auf der Individualebene auf Gruppenebene variieren und ob diese Variabilität durch Gruppenmerkmale erklärt werden kann

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Ein Beispiel: Es geht um den Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft (Index aus Bildung und Berufsposition der Eltern) und Schulleistung für einen Datensatz mit 40 Personen aus zwei Schulklassen (in Anlehnung an Ditton 1998: 22ff)
- Auf der folgenden Folie ist der positive Zusammenhang der beiden Variablen dargestellt; berechnet wurde eine einfache lineare Regression
- Die Schülerleistung (für i = 1,2,…, n Schülerinnen und Schüler) bei Herkunft = 0 (b_0) beträgt 3,35 und die Steigung der Geraden ist positiv (b_1 = 1,41)
- Das einfache Regressionsmodell trifft die Wirklichkeit jedoch nicht bzw. führt zu falschen Schlussfolgerungen

Mehrebenenanalyse: Grundlagen



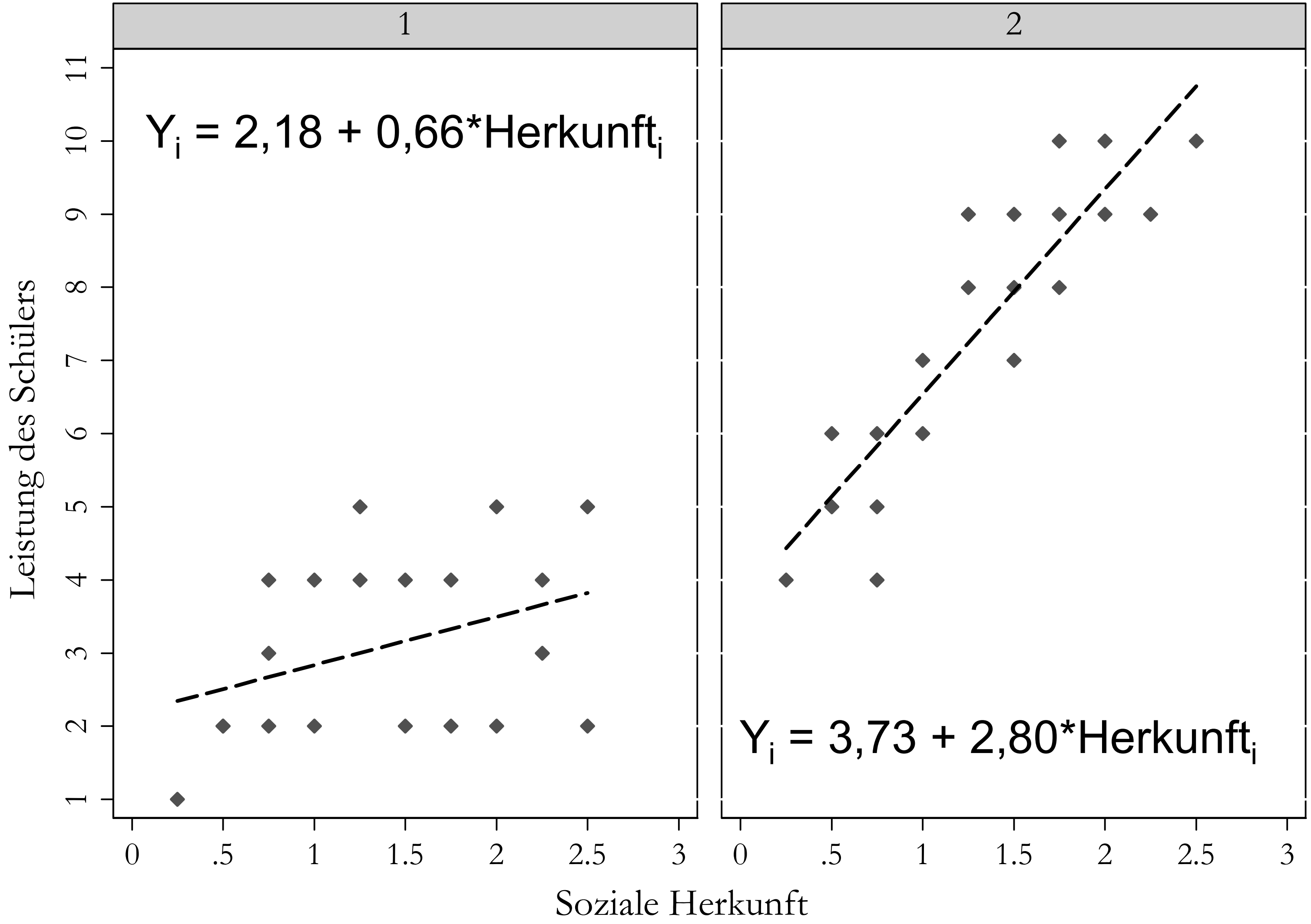
Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Es bleibt offen, ob bedeutsame Unterschiede zwischen den Schulklassen bestehen, wobei es hier mehrere Möglichkeiten gibt:
  - Zum einen kann das Leistungsniveau in den beiden Klassen unterschiedlich sein (ablesbar an den intercepts, b_0)
  - Zum anderen kann auch der Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft und Leistung in der einen Klasse stärker oder schwächer sein als in der anderen (ablesbar an den Koeffizienten b_1)
- Zu beiden Fragestellungen bietet die zuvor durchgeführte Analyse mittels einer einzigen linearen Regression keine Informationen, klassenspezifische Unterschiede bleiben verdeckt

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Auf der nächsten Folie wird daher eine getrennte Analyse des Zusammenhangs zwischen Herkunft und Leistung nach Schulklasse durchgeführt
- Es werden zwei gravierende Unterschiede deutlich:
  - Es ist zu erkennen, dass die Schülerinnen und Schüler aus der zweiten Schulklasse deutlich höhere Schulleistungen erzielen (der intercept in Klasse 2 beträgt 3,73 gegenüber 2,18 in Klasse 1)
  - Der Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft und Schulleistung ist in Klasse 2 viel stärker (b_1 = 2,80) als in Klasse 1 (b_1 = 0,66)
- Eine einfache Methode, um die Unterschiede zwischen den Klassen aufzuzeigen, ist folglich die Berechnung von zwei getrennten Regressionen

Mehrebenenanalyse: Grundlagen



Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Der Unterschied zwischen den Schulklassen äußert sich dann a) in den unterschiedlichen Regressionskonstanten (Intercepts) und b) in den unterschiedlichen Regressionsgewichten (Slopes)
- Diese Vorgehensweise wird bei steigender Zahl von Level 2-Einheiten unpraktikabel (Verfahren zur Mehrebenenanalyse lösen dies eleganter), sie soll hier aus didaktischen Gründen jedoch vorläufig genügen
- Wenn also Unterschiede zwischen den Klassen im Hinblick auf die Konstanten und die Regressionsgewichte bestehen stellt sich die Frage: wie können diese Unterschiede erklärt werden?
- Denkbar wäre, dass die Leistungsunterschiede zwischen den Klassen durch unterschiedliche kognitive Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler, also durch einen individuellen Faktor, erklärbar sind

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Über solche Erklärungen auf der Individualebene hinaus könnten aber auch Merkmale der Schulklassen selbst (z.B. Lehrerinnen und Lehrer), des Unterrichts oder der Zusammensetzung der Schulklasse, für die Unterschiede zwischen den Klassen verantwortlich sein
- Der unterschiedlich starke Effekt der sozialen Herkunft in den Schulklassen könnte z.B. auf ein unterschiedliches Ausmaß der Diskriminierung nach Status durch die jeweiligen Lehrkräfte zurückführbar sein
- Damit entsteht eine Fragestellung, die eine Mehrebenenanalyse erfordert: Gibt es über den Effekt individueller Faktoren hinaus Bedingungen und Prozesse in den Schulklassen, die zu Unterschieden im Leistungsniveau oder zu einer größeren Selektivität beitragen?

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Das einfache Beispiel hat verdeutlicht: Analysen für hierarchisch strukturierte Daten, welche die Mehrebenenstruktur der Daten ignorieren, sind unbefriedigend und können irreführend sein
- Zumindest müssen bei dieser Datenstruktur die folgenden beiden Fragen gestellt werden:
  – Gibt es Differenzen in den Mittelwerten der Level 2-Einheiten (Regressionskonstanten)?
  – Gibt es Differenzen in den Beziehungen zwischen den Variablen innerhalb der Level 2-Einheiten (Regressionssteigungen)?
- Verfahren zur Mehrebenenanalyse können diese Fragen beantworten; ihr Grundprinzip ist, dass Phänomene auf unterschiedlichen Analyseebenen (Individual- und Aggregatebene) gleichzeitig untersucht werden

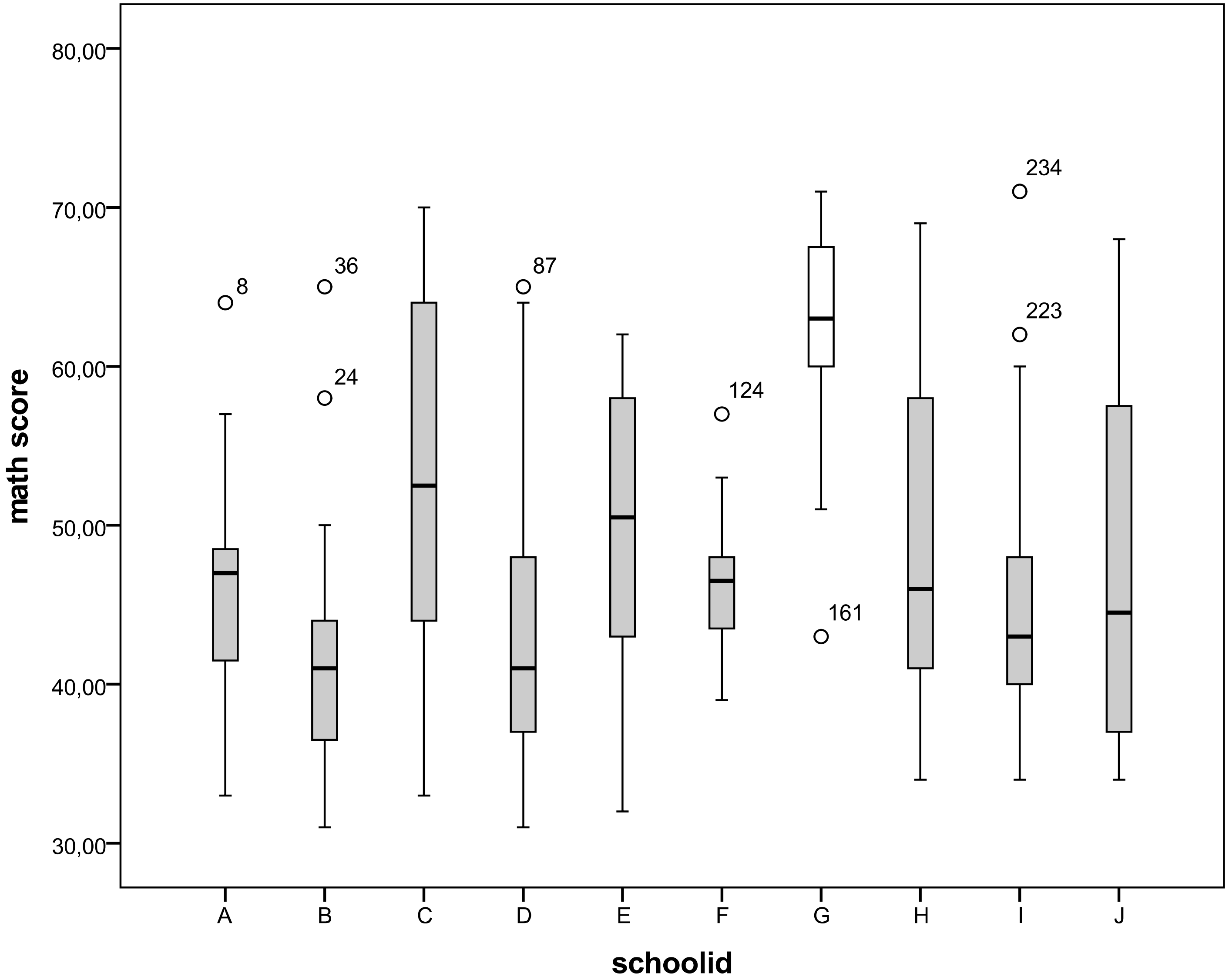
Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Daten mit Mehrebenenstrukturen wurden lange Zeit mit (aus heutiger Sicht) suboptimalen Verfahren analysiert
- Der folgende Exkurs stellt Methoden der konventionellen Regressions- bzw. Varianzanalyse und ihre Restriktionen dar
- Datengrundlage: „National Longitudinal Study (1988)“, landesweite Studie zur Mathematikleistung von Schülern der 8. Klasse in den USA, Teildatensatz mit 260 Schülern aus 10 Schulen
- Zwei Fragestellungen: Hängt die Mathematikleistung der Schüler von a) der für Hausaufgaben verwendeten Zeit (individueller Erklärungsfaktor) und b) dem Schultyp (öffentlich vs. privat, Kontextfaktor) ab?

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Erster Analyseschritt zur Bedeutung des Schultyps: Grafische Betrachtung der Verteilung des Mathematikleistung nach Schultypen mit Hilfe eines Boxplot (siehe nächste Folie)
- Schule G (weiße Box) ist eine Privatschule, alle anderen Schulen sind öffentliche Schulen
- Drei wesentliche Ergebnisse:
  - Die Schulleistung variiert deutlich zwischen den Schulen (Hinweis auf mögliche Effekte des Schulkontextes)
  - Innerhalb der Schulen gibt es teils erhebliche Varianz bei der Mathematikleistung (Hinweis auf individuelle, kontextunabhängige Faktoren)
  - Sonderstellung der Privatschule (G) durch höchstes Leistungsniveau

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA



Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Wie lässt sich mit konventionellen Methoden numerisch bestimmen, wie stark der Kontexteffekt ist, wie viel Varianz in der Schulleistung also durch Unterschiede zwischen Schulen aufgeklärt wird?
  - Regressionsmodell mit der abhängigen Variablen Schulleistung und der unabhängigen Schule, die über 9 Schul-Dummy-Variablen operationalisiert wird (Referenz: Privatschule, Schule G); Bestimmung von R^2
  - Einfaktorielle Varianzanalyse zum Vergleich der Mittelwerte der Mathematikleistung in Abhängigkeit des Faktors „Schule"; Bestimmung von Eta^2
  - Gleiches Ergebnis: $R^2 = Eta^2 = 0{,}437$; etwa 44% in der Varianz der Mathematikleistung gehen auf Unterschiede zwischen Schulen zurück

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Sig.
		RegressionskoeffizientB	Standardfehler	Beta		
1	(Konstante)	62,821	1,039		60,456	,000
	dschoola	-17,082	2,056	-,436	-8,310	,000
	dschoolb	-20,671	2,167	-,496	-9,538	,000
	dschoolc	-9,571	2,023	-,249	-4,730	,000
	dschoold	-19,275	2,090	-,483	-9,223	,000
	dschoole	-12,957	2,090	-,324	-6,200	,000
	dschoolf	-16,421	2,167	-,394	-7,577	,000
	dschoolh	-13,154	2,127	-,322	-6,184	,000
	dschooli	-16,488	2,127	-,404	-7,751	,000
	dschoolj	-14,971	2,167	-,359	-6,908	,000

a. Abhängige Variable: math score

$R^2 = 0.437$

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

Bericht

math score

schoolid	Mittelwert	N	Standardabweichung
7472	45,7391	23	7,53306
7829	42,1500	20	8,31786
7930	53,2500	24	11,52408
24725	43,5455	22	10,00822
25456	49,8636	22	8,44193
25642	46,4000	20	4,32131
62821	62,8209	67	5,67537
68448	49,6667	21	10,33602
68493	46,3333	21	9,55161
72292	47,8500	20	11,30102
Insgesamt	51,3000	260	11,13563

ANOVA-Tabelle

			Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Signifikanz
math score * schoolid	Zwischen den Gruppen	(Kombiniert)	14030,536	9	1558,948	21,549	,000
	Innerhalb der Gruppen		18086,064	250	72,344		
	Insgesamt		32116,600	259			

Zusammenhangsmaße

	Eta	Eta-Quadrat
math score * schoolid	,661	,437

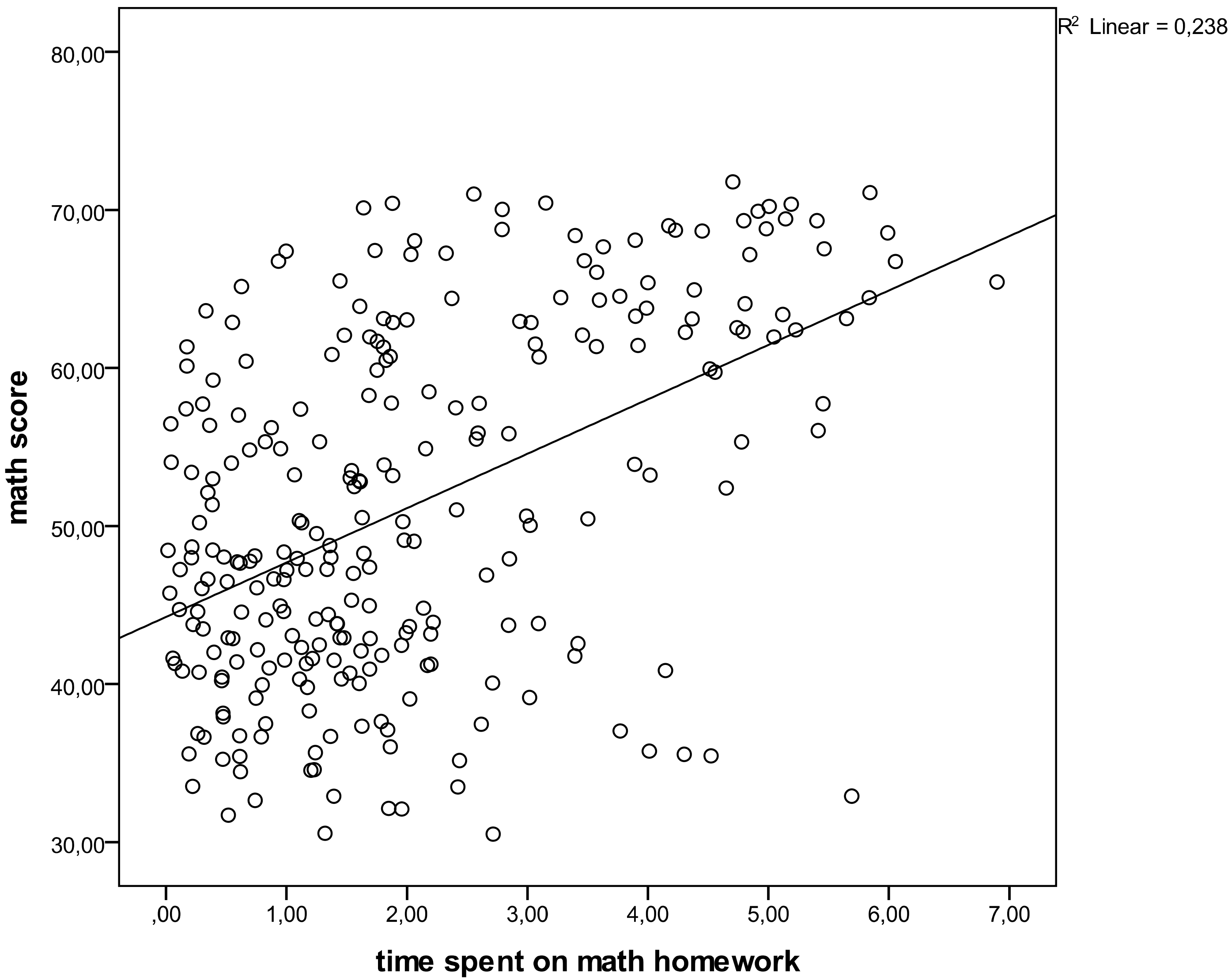
Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Problem dieser konventionellen Analyse:
  - Klassische Regression/ANOVA setzen voraus, dass die einzelnen Schülerinnen und Schüler im statistischen Sinne unabhängig voneinander sind (technisch: die Residuen dürfen nicht seriell korreliert sein)
  - Diese Voraussetzung ist wegen der hierarchischen Datenstruktur (Schüler(innen) auf Ebene 1, Schulen auf Ebene 2) nicht erfüllt: es gibt Gruppen von Schülerinnen und Schülern im Datensatz, welche die gleiche Schule besuchen und sich daher überzufällig ähnlich sind (Klumpeneffekt)
  - Folge: Sämtliche Signifikanztests (F-Test und t-Tests) sind verzerrt, d.h. zu liberal und daher nicht interpretierbar

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Auch der Effekt des individuellen Merkmals „Zeit, die ein(e) Schüler(in) wöchentlich mit Mathematikhausaufgaben verbracht hat“ auf die Mathematikleistung lässt sich konventionell bestimmen:
  - Zur grafischen Betrachtung: Streudiagramm mit Jitter und linearer Anpassungslinie
  - Numerisch: Regressionsmodell mit der abhängigen Variablen Matheleistung und der unabhängigen „time spent on math homework“
  - Starker positiver Effekt der Hausaufgaben (Beta = 0,50, R^2 = 0,247)
  - Problem: Signifikanztests erneut nicht interpretierbar, da hierarchische Datenstruktur ignoriert wurde

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA



Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Sig.
		RegressionskoeffizientB	Standardfehler	Beta		
1	(Konstante)	44,074	,989		44,580	,000
	time spent on math homework	3,572	,388	,497	9,200	,000

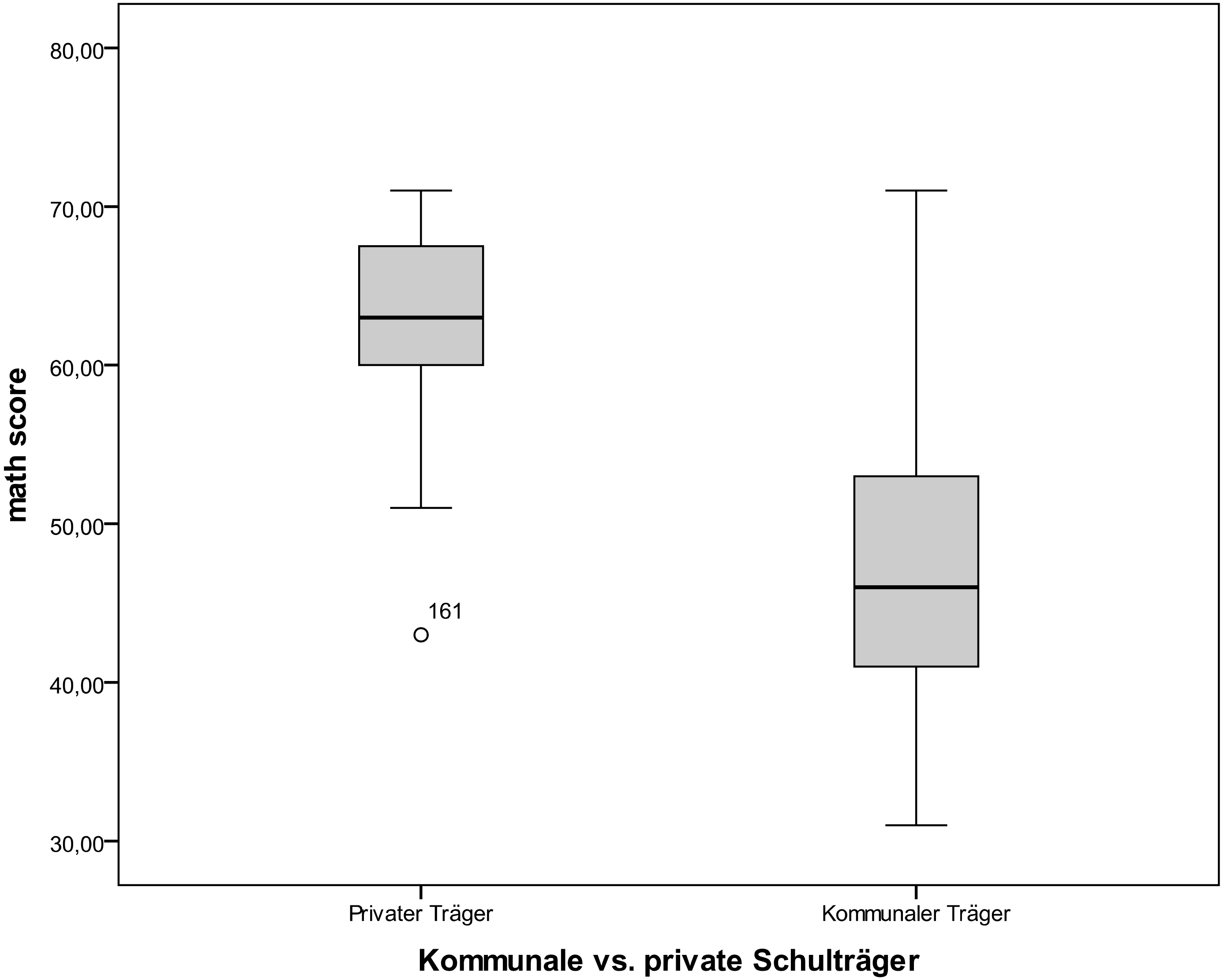
a. Abhängige Variable: math score

$R^2 = 0,247$

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Wir wissen bereits, dass etwa 44% der Varianz in der Mathematikleistung auf Unterschiede zwischen den Schulen zurückgehen
- Wodurch sind diese Unterschiede zwischen den Schulen aber erklärbar, worin äußert sich der Kontexteffekt?
- Hypothese: Es kommt darauf an, ob es sich um eine private oder öffentliche Schule handelt
- Überprüfung der Hypothese mit konventionellen Mitteln:
  - Grafisch: Box-Plot der Verteilung der individuellen Matheleistung nach Schulträger
  - Aufnahme einer dichotomen Variablen „public“ (1 = öffentliche Schule, 0 = private Schule) in ein lineares Regressionsmodell

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA



Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressionskoeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.
1	(Konstante)	56,607	1,648		34,349	,000
	time spent on math homework	1,884	,389	,262	4,846	,000
	public	-12,283	1,375	-,483	-8,936	,000

a. Abhängige Variable: math score

$R^2 = 0{,}426$

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Probleme dieser konventionellen Analyse:
  - Signifikanztests wegen Ignorierung der hierarchischen Datenstruktur nicht interpretierbar (siehe oben)
  - Implizite Annahme, dass der Übungseffekt der Hausaufgaben für alle Schülerinnen und Schülern an allen Schulen gleich stark ist
  - Implizite Annahme, dass es innerhalb der Gruppe der öffentlichen Schulen (die im Gegensatz zur einzigen privaten Schule aus einer Gruppe von 9 Schulen bestehen) keine bedeutsamen Niveauunterschiede gibt
  - Beide Annahmen erweisen sich als unangemessen, wenn man den Effekt der Hausaufgaben getrennt nach Schulen berechnet (nächste Folie)

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

	Intercept (β_0)	Slope (β_1)	R² in %
Schule A	50,7	-3,6	27,8
Schule B	49,0	-2,9	21,1
Schule C	38,8	+7,9	60,1
Schule D	34,4	+5,6	70,0
Schule E	53,9	-4,7	18,7
Schule F	29,3	-2,5	21,9
Schule G	59,2	+1,1	11,0
Schule H	36,1	+6,5	51,0
Schule I	38,5	+5,9	31,4
Schule J	37,7	+6,3	64,2
Alle Schulen	44,1	+3,6	24,7

10 Regressionen nach Schulen getrennt; AV: Matheleistung, UV: Zeit für Hausaufgaben

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Ideen zur Erweiterung der konventionellen Analyse:
  - Um erstens Niveauunterschiede in der Gruppe der öffentlichen Schulen zu modellieren, nehmen wir anstatt des Dummys „puplic“ wieder die schulspezifischen Dummy-Variablen in die Regression auf
  - Um zweitens unterschiedliche Hausaufgabeneffekte je nach Schule zu modellieren, nehmen wir Interaktionseffekte zwischen der Zeit für Hausaufgaben und den Schul-Dummys auf
  - Es ergibt sich das folgende Regressionsmodell
  - Das Streudiagramm zeigt die durch dieses Modell vorhergesagten, nach Schule variierenden Hausaufgaben-Effekte

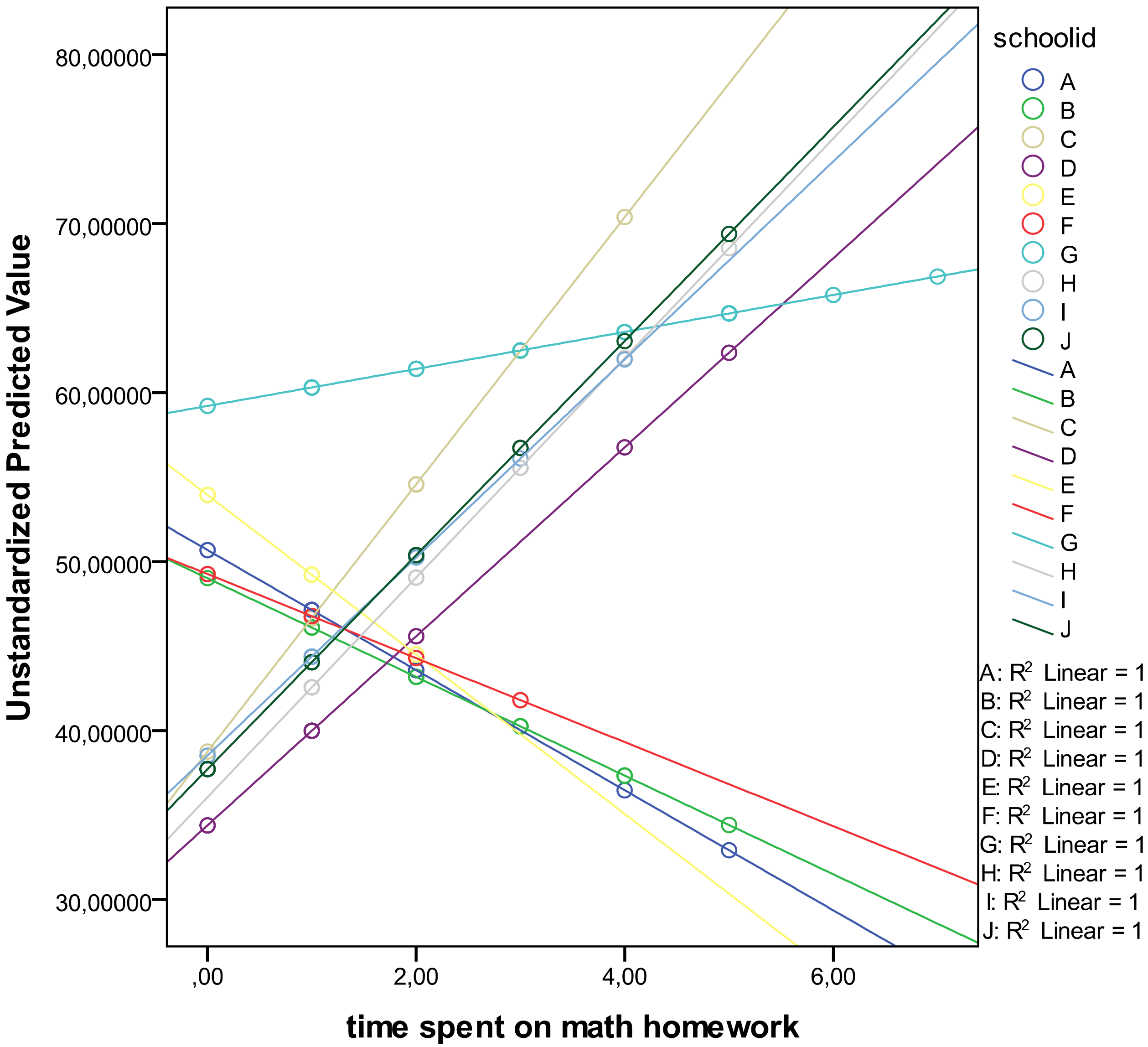
Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Sig.
		Regressionskoeffizient B	Standardfehler	Beta		
1	(Konstante)	59,210	1,742		33,988	,000
	time spent on math homework	1,095	,469	,152	2,335	,020
	dschoola	-8,527	2,819	-,218	-3,025	,003
	dschoolb	-10,198	3,536	-,245	-2,884	,004
	dschoolc	-20,460	3,125	-,533	-6,546	,000
	dschoold	-24,816	2,728	-,621	-9,096	,000
	dschoole	-5,272	2,747	-,132	-1,919	,056
	dschoolf	-9,951	3,119	-,239	-3,190	,002
	dschoolh	-23,155	3,524	-,568	-6,571	,000
	dschooli	-20,690	3,112	-,507	-6,649	,000
	dschoolj	-21,496	2,834	-,515	-7,585	,000
	ischav5	-4,648	1,337	-,214	-3,476	,001
	ischbv5	-4,015	1,242	-,260	-3,231	,001
	ischcv5	6,814	1,300	,385	5,244	,000
	ischdv5	4,498	1,065	,252	4,222	,000
	ischev5	-5,813	1,908	-,170	-3,046	,003
	ischfv5	-3,581	1,911	-,121	-1,873	,062
	ischhv5	5,402	1,375	,317	3,930	,000
	ischiv5	4,765	1,675	,190	2,845	,005
	ischjv5	5,240	1,153	,271	4,543	,000

$R^2 = 0,652$

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA



Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Verbleibende Probleme dieses erweiterten Modells:
  - Die Signifikanztests sind nach wie vor verzerrt (siehe oben)
  - Durch die Berücksichtigung der Schul-Dummys (sog. fixed effects) ist die gesamte schulspezifische Varianz erklärt
  - Daher ist es nicht mehr möglich, schulspezifische Variablen (z.B. den Typ der Schule, öffentlich versus privat) in das Modell aufzunehmen und damit die Art der schulspezifischen Varianz näher zu untersuchen
  - (Aber: Da wir im Exkurs (aus didaktischen Gründen) mit einem kleinen Datensatz mit nur 10 Schulen arbeiten und die MEA mit Zufallskoeffizienten mind. 30 Kontexteinheiten voraussetzt (s.u.), wäre das dargestellte Regressionsmodell bei Korrektur der Standardfehler (z.B. cluster-Option in STATA) hier methodisch korrekt)

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Behandelt werden im Folgenden Mehrebenenmodelle mit Zufallskoeffizienten (**multilevel random coefficient modeling**, MRCM)
- Diese Verfahren kann man sich konzeptuell als eine Reihe geschachtelter Regressionsanalysen vorstellen, in denen die Koeffizienten einer Analyseebene zur abhängigen Variablen auf der nächsten Analyseebene werden
- Deshalb wird oft auch von **„hierarchischen linearen Modellen“** (HLM) gesprochen
- Im Folgenden werden diese Modelle im Rahmen der „systems of equations“-Notation durch separate Gleichungen für jede Analyseebene beschrieben

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Beispieldaten: „National Longitudinal Study (1988)“, landesweite Studie zur Mathematikleistung von Schülern der 8. Klasse in den USA (nels88.dta)
- 21.580 Schüler(innen) in 1.003 Schulen (durchschnittlich 21,5 Schüler(innen) pro Schule)
- Abhängige Variable: Mathematikleistungstest (MW = 51,0, SD = 10,2)
- Unabhängige Variablen:
  - Level 1 (Schüler(in)): Sozioökonomischer Status der Eltern als Mittelwert von drei z-standardisierten Komponenten (Bildungsniveaus Mutter und Vater sowie Familieneinkommen)
  - Level 2 (Schulen): Anteil der Minoritätenschüler an der Schülerschaft einer Schule

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- In einem ersten Schritt ist mit Hilfe eines sog. **Nullmodells** ohne erklärende Variablen zu überprüfen, ob die Anwendung eines Mehrebenenmodells notwendig und angemessen ist
- Neben verschiedenen grafischen Analysemöglichkeiten (siehe z.B. Luke 2004: 17ff), die sich vor allem bei einer überschaubaren Anzahl von Level 2-Einheiten anbieten, besteht ein formeller Test in der Berechnung des sog. **Intraklassenkorrelationskoeffizienten** (ICC, symbolisiert mit ρ, „rho“)
- Dieser gibt den Anteil der Level 2-Varianz an der Gesamtvarianz in der abhängigen Variablen wieder (σ_{u0} = Level 2-Varianz, σ_r = Level 1-Varianz):

$$\rho = \frac{\sigma_{u0}^2}{(\sigma_{u0}^2 + \sigma_r^2)}$$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Wie das Nullmodell formal definiert ist, zeigt die nächste Folie
- Y_{ij} ist die Mathematikleistung von Schüler(in) i in Schule j
- Der einzige feste („fixed“) Effekt ist der Gesamtmittelwert („grand mean“) der Matheleistung über alle Schüler(innen) und alle Schulen (γ_{00})
- Der Fehlerterm wird in zwei Komponenten aufgeteilt:
  - Die Varianz zwischen Schulen (u_{oj}), d.h. Abweichungen des jeweiligen Schulmittelwertes vom Gesamtmittelwert und
  - Die Varianz zwischen Schülerinnen und Schülern innerhalb von Schulen (r_{ij}), d.h. die Abweichungen des jeweiligen individuellen Wertes vom Schulmittelwert
- u_{oj} und r_{ij} sind „random effects“

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Unkonditioniert („Nullmodell“)	1	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$ i = 1,2…, n Level-1-Einheiten (hier: Schüler) j = 1,2,…, m Level-2-Einheiten (hier: Schulen)

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Die nächste Folie zeigt die Ergebnisse des Nullmodells für das Beispiel
- Geschätzt wird hier nur ein fester Effekt, der Gesamtmittelwert der Matheleistung über alle Schüler(innen) und Schulen (50,8); dieser Wert entspricht γ_{00} in der Formel zu Modell Nr. 1
- Die Varianz der Level 1-Residuen, d.h. die Abweichungen der Schüler vom Schulmittelwert (r_{ij}), entspricht dem Wert 76,6 („Residuum“)
- Die Varianz des Random Intercept (u_{0j}), d.h. die Abweichungen der Schulmittelwerte vom Gesamtmittelwert (v1 ist die Schul-ID), entspricht dem Wert 26,6 („Konstanter Term“)

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	50,802711	,174808	997,783	290,620	,000	50,459678	51,145745

a. Abhängige Variable: math score.

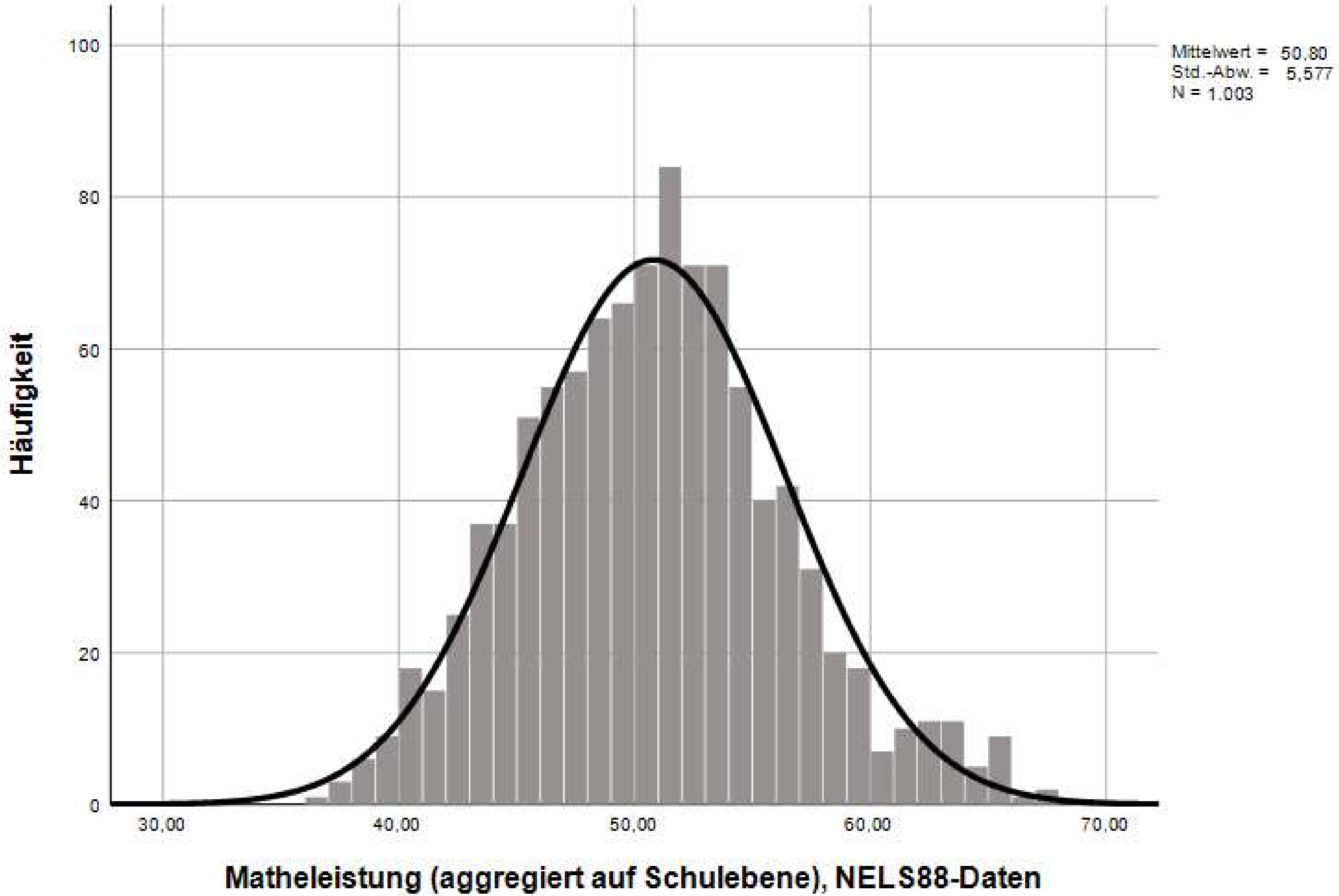
Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		76,616215	,755195	101,452	,000	75,150267	78,110760
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	26,557216	1,363607	19,476	,000	24,014677	29,368945

a. Abhängige Variable: math score.

Berechnung des ICC: 26,56 / (76,62 + 26,56) = 0,258

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten



Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Die Intraklassenkorrelation wird wie folgt berechnet: 26,56 / (76,62 + 25,56) = 0,257
- 26% der Varianz in der Mathematikleistung gehen folglich auf Unterschiede zwischen den Schulen zurück und 74% entsprechend auf Unterschiede innerhalb von Schulen bzw. zwischen Schülerinnen und Schülern
- Das Mehrebenenmodell ist angemessen und notwendig, wenn die Varianz des Random Intercept statistisch signifikant ist
- Da ein Wald-Z-Wert von 19,5 (26,56 / 1,36 = 19,5) hochsignifikant ist ($p < 0,000$), können wir die Nullhypothese, dass keine signifikanten Niveauunterschiede der Mathematikleistung zwischen Schulen bestehen, ablehnen

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Die nächste Modellklasse wird unter dem Begriff **„Random Intercept“** zusammengefasst
- Annahme: Es gibt zwar Unterschiede im Y-Mittelwert zwischen den Level 2-Einheiten (variierende Intercepts), der Effekt einer oder mehrerer Level 1-Variablen unterscheidet sich jedoch in Richtung und Stärke nicht zwischen den Level 2-Einheiten
- In Modell Nr. 2 (nächste Folie) ist eine Individualvariable X_{ij} als Prädiktor enthalten, während die Level 2-Modellierung nach wie vor dem Nullmodell entspricht
- Dieses Modell ähnelt einer einfachen OLS-Regression, das Subscript j (bei β_0 und β_1) zeigt allerdings, dass je ein Level 1-Modell pro Level 2-Einheit geschätzt wird

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Random Intercept Modell mit Prädiktor auf Level 1	2	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10}$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Die nächste Folie zeigt ein empirisches Beispiel mit dem Level 1-Prädiktor „ses“ (sozioökonomischer Status der Eltern)
- Pro Anstieg der ses-Skala um eine Standardabweichung erhöht sich die Mathematikleistung um β_{1j} = 4,84 Einheiten
- Wie in einer konventionellen Regression wird dabei implizit angenommen, dass der ses-Effekt nicht zwischen den Level 2-Einheiten (Schulen) variiert (das Modell ist dafür „blind“)
- u_{0j} (10,98) und r_{ij} (69,97) bilden nun den Teil der Varianz zwischen Schulen bzw. zwischen Schülerinnen und Schülern ab, der nicht durch den sozioökonomischen Status der Eltern erklärt wird

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	51,081004	,120680	907,421	423,278	,000	50,844161	51,317848
ses	4,839825	,087652	17944,123	55,216	,000	4,668019	5,011631

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		69,974958	,691158	101,243	,000	68,633342	71,342800
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	10,975243	,677332	16,204	,000	9,724843	12,386417

a. Abhängige Variable: math score.

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Im nächsten Schritt wird das Modell um einen Level 2-Prädiktor W_j erweitert
- Level 2-Variablen variieren nur zwischen den Kontexteinheiten (z.B. Schulen), sind jedoch innerhalb einer Kontexteinheit konstant
- Auf Level 2 werden nun Niveauunterschiede in der Matheleistung zwischen Schulen (β_{0j}) als Funktion des Prädiktors W_j erklärt
- u_{oj} bildet hier verbleibende Niveauunterschiede zwischen Schulen ab, die durch W_j nicht erklärt werden

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Random Intercept Modell mit Prädiktoren auf beiden Ebenen	3	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} W_j + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10}$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Als Beispiel für einen Level 2-Prädiktor W_j wird die Variable „pminor“, der Anteil von Minoritätenschülern an der Schülerschaft einer Schule, aufgenommen
- Es zeigt sich ein negativer Segregationseffekt: Mit steigendem Anteil von Minoritätenschülern reduziert sich die individuelle Schülerleistung (γ_{01} = -0,71)
- Dennoch verbleiben signifikante unerklärte Leistungsunterschiede zwischen den Schulen (u_{oj} = 8,78)
- Der „Netto-ICC“ beträgt in diesem Modell noch: 8,78 / (8,78 + 69,93) = 0,11

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	53,159546	,186762	954,271	284,639	,000	52,793035	53,526057
ses	4,763393	,087467	17747,457	54,459	,000	4,591949	4,934837
pminor	-,710100	,051524	987,653	-13,782	,000	-,811209	-,608992

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		69,931494	,690270	101,310	,000	68,591591	71,297571
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	8,779450	,566552	15,496	,000	7,736381	9,963152

a. Abhängige Variable: math score.

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Zum Vergleich zeigt die folgende Folie ein normales lineares Regressionsmodell (OLS) mit den gleichen Variablen
- Da die hierarchische Datenstruktur (Schüler in Schulen) unberücksichtigt bleibt, ist eine zentrale OLS-Annahme (unkorrelierte Residuen) verletzt
- Konsequenz: nach unten verzerrte Standardfehler
- Auch die Effekte der Kovariaten unterscheiden sich, da die Niveauunterschiede zwischen Schulen (Random Intercept) nicht im Modell kontrolliert sind

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Signifikanz
		B	Standardfehler	Beta		
1	(Konstante)	53,041	,103		514,973	,000
	ses	5,774	,078	,449	73,941	,000
	percent minority	-,623	,029	-,131	-21,589	,000

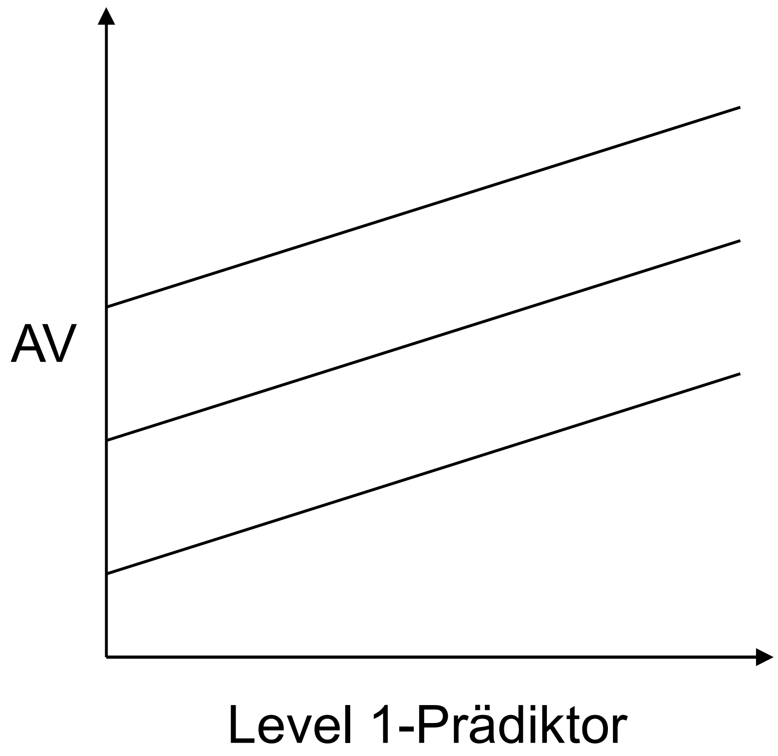
a. Abhängige Variable: math score

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

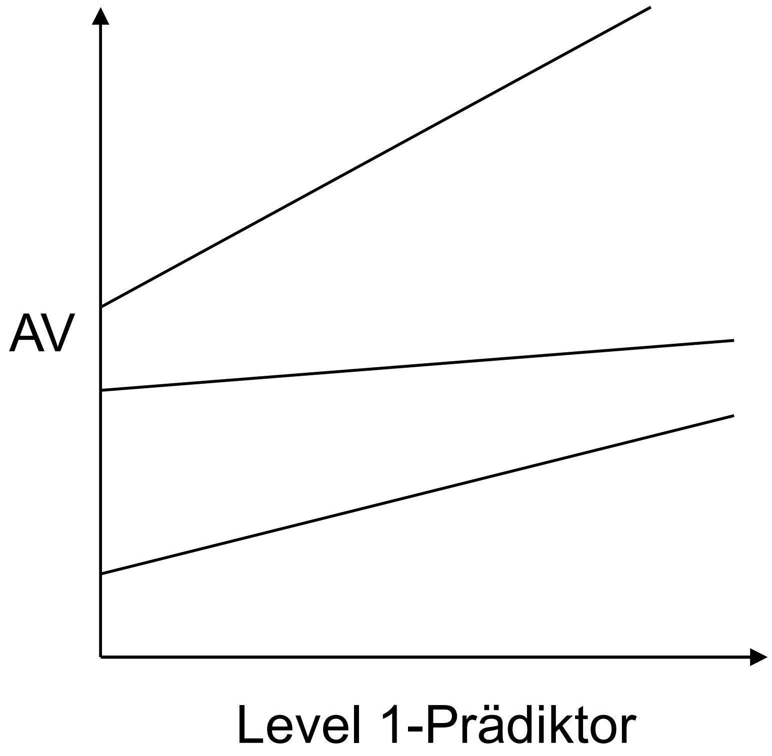
- Die nun vorzustellenden Modelle firmieren unter dem Begriff **„Random Slope“** oder „Slopes as Outcome“
- Derartige Modelle sind anzuwenden, wenn man davon ausgeht, dass sich nicht nur Unterschiede im mittleren Y-Wert zwischen den Level 2-Einheiten ergeben, sondern dass zusätzlich der Effekt eines Level 1-Prädiktors zwischen den Level 2-Einheiten variiert
- Das folgende Schaubild soll dies verdeutlichen

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Random Intercept:



Random Slope:



Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- In Modell Nr. 4 wird für jede Level 2-Einheit ein Koeffizient β_{1j} (slope) für den Effekt von X_{ij} geschätzt
- Der mittlere Effekt von X_{ij} über alle Schulen hinweg wird durch γ_{10} repräsentiert
- u_{1j} ist eine neue Varianzkomponente und erfasst die Abweichungen der schulspezifischen X_{ij}-Effekte vom mittleren Effekt γ_{10}
- Wenn u_{1j} statistisch signifikant ist, ist der Random Slope angemessen

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Random Slope (Nullmodell)	4	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Im Beispiel wird überprüft, ob sich der ses-Effekt signifikant zwischen den Schulen unterscheidet (aus didaktischen Gründen ist auch die Level 2-Variable „pminor“ im Modell)
- Der mittlere ses-Effekt beträgt $\gamma_{10} = 4{,}76$
- Die Varianz der verschiedenen ses-Effekte in den Schulen um den mittleren ses-Effekt erfasst $u_{1j} = 0{,}81$
- Die Varianz des Slope ist auf dem 5%-Niveau signifikant (p = 0,024)

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	53,172163	,187027	936,500	284,302	,000	52,805122	53,539203
ses	4,761829	,092598	849,833	51,425	,000	4,580082	4,943576
pminor	-,723089	,051679	971,779	-13,992	,000	-,824505	-,621673

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

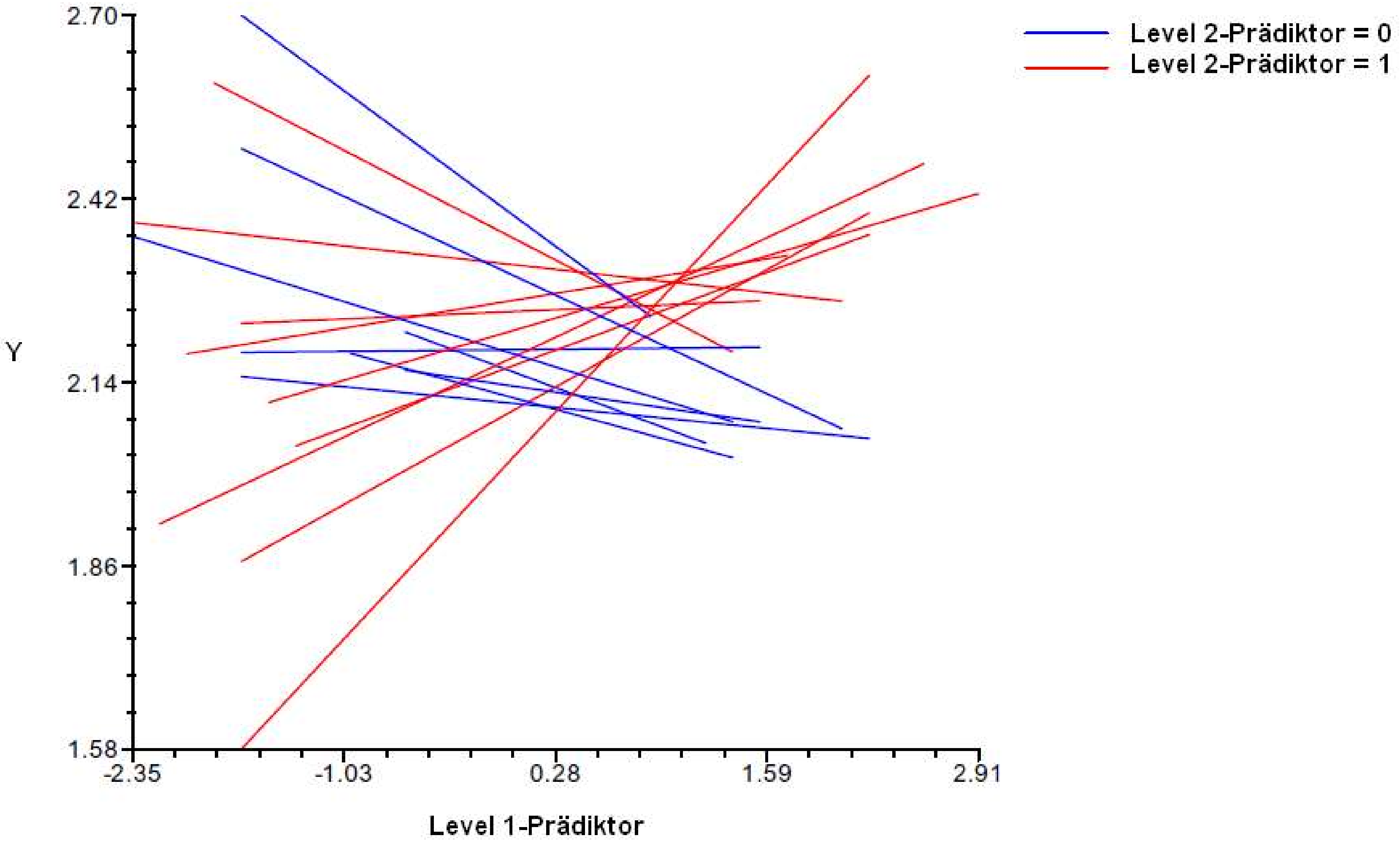
Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		69,597418	,700210	99,395	,000	68,238474	70,983425
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	8,671483	,574025	15,106	,000	7,616343	9,872798
ses [Subjekt = v1]	Varianz	$\boxed{,813194}$	,361524	2,249	,024	,340230	1,943636

a. Abhängige Variable: math score.

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Im nächsten Schritt wird nun versucht, nicht nur die Unterschiede zwischen den Level 2-Einheiten bei den Intercepts durch einen Level 2-Prädiktor W_j zu erklären, sondern auch die Unterschiede zwischen den Slopes
- Das Schaubild auf der nächste Folie soll dies verdeutlichen
- Die Regressionsgeraden stehen für variierende Effekte eines Level 1-Prädiktors in verschiedenen Level 2-Einheiten
- Die Einteilung der Level 2-Einheiten in eine blaue und eine rote Gruppe entspricht einem einfachen (dichotomen) Level 2-Prädiktor W_j
- W_j trägt zur Erklärung der Varianz in den Slopes bei, da der Level 1-Prädiktor in der blauen Gruppe eher negative, in der roten Gruppe dagegen eher positive Effekte hat

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten



Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- In Modell Nr. 5 wird ein Interaktionseffekte eines Level 1-Prädiktors X_{ij} mit einem Level-2-Prädiktor W_j modelliert (sog. **„cross level interaction“**)
- Die Stärke und Signifikanz des Effektes γ_{11} gibt darüber Auskunft, inwieweit der Effekt des Level 1-Prädiktors X_{ij} in Abhängigkeit von der Ausprägung des Level 2-Prädiktors W_j variiert
- u_{ij} erfasst dann den Teil der Variation im Slope, der nicht durch W_j erklärt wird

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen	
Random Slope mit „cross level interaction“	5	Level 1:	$Y_{ij} = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij} + r_{ij}$
		Level 2:	$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} W_j + u_{0j}$
			$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11} W_j + u_{1j}$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Im Beispiel wird überprüft, ob sich der ses-Effekt in Abhängigkeit vom Minoritätenanteil der Schule unterscheidet
- Die „cross level interaction“ entspricht $\gamma_{11} = -0{,}177$
- Mit steigendem Anteil von Minoritätenschülern an einer Schule wird der positive Effekt des sozioökonomischen Status der Eltern auf die individuelle Leistung folglich schwächer
- $\gamma_{10} = 4{,}78$ ist der ses-Effekt bei pminor = 0; da pminor am Gesamtmittelwert zentriert wurde („grand mean centering“), handelt es sich hier um den ses-Effekt bei mittlerem Minoritätenanteil
- Die Restvarianz des Slope (0,65) ist nur noch tendenziell signifikant (p = 0,066)

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	51,001933	,112802	941,084	452,139	,000	50,780562	51,223305
ses	4,782811	,091814	857,778	52,093	,000	4,602605	4,963017
pminorz	-,762140	,052799	1034,694	-14,435	,000	-,865746	-,658535
ses * pminorz	-,176549	,042850	902,951	-4,120	,000	-,260647	-,092451

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		69,573691	,699718	99,431	,000	68,215697	70,958720
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	8,793970	,578774	15,194	,000	7,729712	10,004760
ses [Subjekt = v1]	Varianz	,651130	,353540	1,842	,066	,224644	1,887293

a. Abhängige Variable: math score.

Mehrebenenanalyse: SPSS-Syntax

- Im Folgenden ist die generische SPSS-Syntax für Mehrebenenanalysen im MIXED-Modul dargestellt
- Metrische Prädikatoren werden in der ersten Syntaxzeile nach „WITH“ angegeben, kategoriale (nominale) Prädiktoren ggf. nach „BY“, so dass eine Syntaxzeile z.B. so aussieht: MIXED av BY sex WITH alter
- „Wjz“ soll bedeuten, dass es sich bei cross-level-interaction häufig empfiehlt, den Level 2-Prädiktor an seinem Gesamtmittelwert zu zentrieren, um den Haupteffekt des Level 1-Prädikators sinnvoll interpretieren zu können

Mehrebenenanalyse: SPSS-Syntax

Klasse	Nr.	Generische SPSS-Syntax
Nullmodell	1	MIXED av /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(level2id) /METHOD = ML /PRINT = G SOLUTION TESTCOV.
Random Intercept mit Kovariaten auf beiden Ebenen	3	MIXED av WITH Xij Wj /FIXED = Xij Wj /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(level2id) /METHOD = ML /PRINT = G SOLUTION TESTCOV.

Mehrebenenanalyse: SPSS-Syntax

Klasse	Nr.	Generische SPSS-Syntax
Random Slope	4	MIXED av WITH Xij /FIXED = Xij /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(level2id) /RANDOM = Xij | SUBJECT(level2id) /METHOD = ML /PRINT = G SOLUTION TESTCOV.
Random Slope mit „cross level interaction“	5	MIXED av WITH Xij Wjz /FIXED = Xij Wjz Xij*Wjz /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(level2id) /RANDOM = Xij | SUBJECT(level2id) /METHOD = ML /PRINT = G SOLUTION TESTCOV.

Bestimmung des Modellfit (R^2)

- In der OLS-Regression gibt R^2 an, wie viel Varianz in der abhängigen Variablen durch die unabhängigen Variablen erklärt wird
- Unterschiede in Mehrebenenmodellen:
  - Es wird ein R^2 pro Ebene angegeben
  - Es kann je nach Berechnungsmethode vorkommen, dass sich das R^2 einer Ebene bei der Aufnahme zusätzlicher Prädiktoren reduziert und sogar negativ wird
- Im Folgenden wird je eine Berechnungsvariante für das totale R^2 sowie das Level-1 und das Level 2-R^2 demonstriert

Bestimmung des Modellfit (R^2)

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	50,802711	,174808	997,783	290,620	,000	50,459678	51,145745

a. Abhängige Variable: math score.

Kovarianzparameter

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		76,616215	,755195	101,452	,000	75,150267	78,110760
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	26,557216	1,363607	19,476	,000	24,014677	29,368945

a. Abhängige Variable: math score.

Nullmodell („Baseline“)

Bestimmung des Modellfit (R^2)

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	53,159546	,186762	954,271	284,639	,000	52,793035	53,526057
v7	4,763393	,087467	17747,457	54,459	,000	4,591949	4,934837
v14	-,710100	,051524	987,653	-13,782	,000	-,811209	-,608992

a. Abhängige Variable: math score.

Kovarianzparameter

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		69,931494	,690270	101,310	,000	68,591591	71,297571
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	8,779450	,566552	15,496	,000	7,736381	9,963152

a. Abhängige Variable: math score.

„Comparison“-Modell mit einem Level-1-Prädiktor („ses“, v7) und einem Level-2-Prädiktor („percent minority“, v14)

Bestimmung des Modellfit (R^2)

- Totales R^2:

$$R^2 = \frac{(\hat{\sigma}_r^2 + \hat{\sigma}_{u0}^2)_{Baseline} - (\hat{\sigma}_r^2 + \hat{\sigma}_{u0}^2)_{Comparison}}{(\hat{\sigma}_r^2 + \hat{\sigma}_{u0}^2)_{Baseline}} = \frac{103{,}17 - 78{,}71}{103{,}17} = 0{,}237$$

- $\hat{\sigma}_r^2$ entspricht der unaufgeklärten Varianz innerhalb der Level-2-Einheiten und $\hat{\sigma}_{u0}^2$ entspricht der unaufgeklärten Varianz zwischen den Level-2-Einheiten, „Baseline“ = Nullmodell, „Comparison“ = Modell mit Kovariaten
- Die proportionale Reduzierung des Vorhersagefehlers durch die beiden Kovariaten beträgt 23,7%
- Im nächsten Schritt wird eine Variante zur Berechnung des R^2 getrennt nach Ebenen demonstriert

Bestimmung des Modellfit (R²)

- Berechnung des Level-1-R²:

$$R_1^2 = \frac{\hat{\sigma}^2_{r\_Base} - \hat{\sigma}^2_{r\_Comp}}{\hat{\sigma}^2_{r\_Base}} = \frac{76{,}62 - 69{,}93}{76{,}62} = 0{,}087$$

- Die Vorhersagekraft des Vergleichsmodells (mit einem Level-1-Prädiktor) ist auf Level-1 um etwa 8,7% größer als im Nullmodell

Bestimmung des Modellfit (R^2)

- Berechnung des Level-2-R^2:

$$R_2^2 = \frac{\hat{\sigma}^2_{u0\_Base} - \hat{\sigma}^2_{u0\_Comp}}{\hat{\sigma}^2_{u0\_Base}} = \frac{26{,}56 - 8{,}78}{26{,}56} = 0{,}669$$

- Die Vorhersagekraft des Vergleichsmodells (mit einem Level-2-Prädiktor) ist auf Level-2 um etwa 67% größer als im Nullmodell

Zentrierung

Typ	Funktion
Zentrierung eines Prädiktors am Gesamtmittelwert bei „cross level interaction“	Interpretierbarkeit der konditionalen Haupteffekte
Zentrierung eines Prädiktors am Gesamtmittelwert	Interpretierbarkeit der festen Regressionskonstante (γ_{00})
Zentrierung eines Level 1-Prädiktors am Gruppenmittelwert	Differenzierung zwischen Level 1- und Level 2-Effekten (Binnenregression)

Zentrierung

- Im Unterschied zu konventionellen Modellen mit Festeffekten wird die Kontextvarianz (z.B. die Schulvarianz) durch den Random Intercept nicht vollständig, sondern nur teilweise kontrolliert
- Dadurch wird die Identifizierung von reinen Level 1-Effekten erschwert
- Abhilfe schafft eine Zentrierung des Level 1-Prädiktors am Gruppenmittelwert
- Zunächst wird mit Hilfe des AGGREGATE-Befehl eine neue Variable „ses_mean“ gebildet, die dem Schulmittelwert von „ses“ entspricht:

```
AGGREGATE
    /OUTFILE=* MODE=ADDVARIABLES
    /BREAK=v1
    /ses_mean=MEAN(ses).
```

Zentrierung

- Um nur den reinen Individualeffekt von „ses“ auf Schülerebene zu erhalten, wird nun die um den Schulmittelwert zentrierte ses-Variable anstelle der Originalvariablen aufgenommen
- Die Zentrierung erfolgt wie folgt: COMPUTE ses_gc = ses – ses_mean.
- Interpretation des Individualeffektes von „ses“ (b = 4,22): Je höher die soziale Herkunft eines individuellen Schülers, desto besser seine Leistung

Zentrierung

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	54,061142	,262774	1016,241	205,733	,000	53,545501	54,576783
ses_gc	4,216634	,094163	20591,344	44,780	,000	4,032067	4,401201
pminor	-1,112095	,071911	1024,520	-15,465	,000	-1,253205	-,970984

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		69,802995	,687934	101,468	,000	68,467608	71,164427
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	21,086361	1,099642	19,176	,000	19,037589	23,355617

a. Abhängige Variable: math score.

Zentrierung

- Neben dem Individual- bzw. Binneneffekt der Variable „ses“ innerhalb von Schulen (Level 1-Effekt) ist auch und gerade der Level 2-Effekt von „ses“ interessant
- Gegeben, individuelle Schüler erzielen mit steigendem eigenen „ses“ eine höhere Leistung; schneiden die Schüler darüber hinaus umso besser ab, je mehr Mitschüler mit hohem „ses“ sie haben?!

Zentrierung

- Der Kompositionseffekt (β_c), der in seiner Stärke mit dem Individualeffekt verglichen wird, kann auf zwei Wegen bestimmt werden:
  1. Bei der Variante mit Group-Mean-Centering (ses_gc mit ses_mean, auf der nächsten Folie) wird der Kompositionseffekt so berechnet: $\beta_c = \beta_b - \beta_{w,}$ d.h. 3,95 = 8,17 - 4,22; hier ist also eine zusätzliche Berechnung zur Bestimmung von β_c notwendig, da der Level 2-Effekt (ses_mean) nicht β_c entspricht!
  2. Bei der Variante ohne Group-Mean-Centering (ses zusammen mit ses_mean, übernächste Folie) entspricht β_c dem Level 2-Effekt (ses_mean), wird also direkt geschätzt
  - Die 2. Variante ist weniger aufwendig: direkte Schätzung des Kompositionseffektes und man erhält ohne Group-Mean-Centering direkt den Level 1-Binneneffekt (4,22)

Zentrierung

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Konstanter Term	52,504862	,168898	983,549	310,867	,000	52,173420	52,836303
ses_gc	4,216634	,094199	20579,108	44,763	,000	4,031996	4,401273
ses_mean	8,171074	,206714	945,893	39,528	,000	7,765403	8,576744
pminor	-,423725	,048253	987,653	-8,781	,000	-,518415	-,329036

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Residuum		69,857105	,688672	101,437	,000	68,520289	71,220001
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	6,072201	,429094	14,151	,000	5,286834	6,974235

a. Abhängige Variable: math score.

Zentrierung

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Konstanter Term	52,504862	,168898	983,549	310,867	,000	52,173420	52,836303
ses	4,216634	,094199	20579,108	44,763	,000	4,031996	4,401273
ses_mean	3,954439	,227165	1377,560	17,408	,000	3,508812	4,400066
pminor	-,423725	,048253	987,653	-8,781	,000	-,518415	-,329036

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Residuum		69,857105	,688672	101,437	,000	68,520289	71,220001
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	6,072201	,429094	14,151	,000	5,286834	6,974235

a. Abhängige Variable: math score.

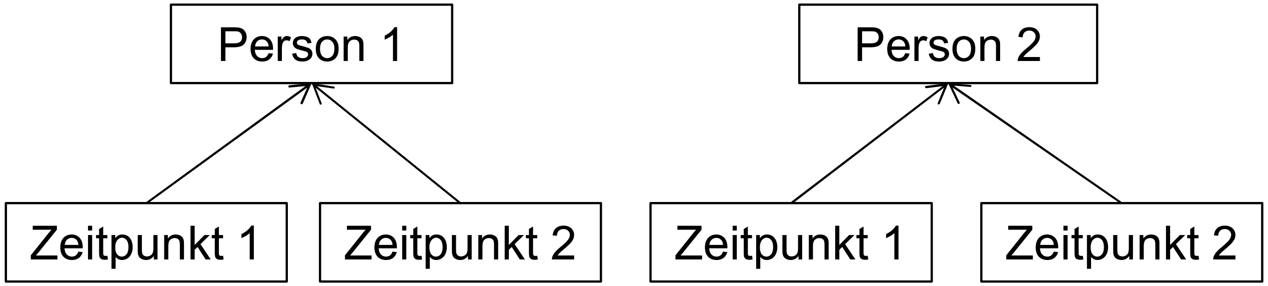
Voraussetzungen und Anwendungsempfehlungen

- Modelle schrittweise aufbauen (erst Nullmodell, dann Random Intercept, dann Random Slope)
- Bei Modellen mit Random Slope:
  - Random Intercept muss vorhanden sein
  - Fester Slope muss vorhanden sein
  - Random Slopes nur für Level 1-Prädiktoren sinnvoll
  - Anzahl der Random Slopes pro Modell so gering wie möglich halten (und theoretisch fundiert begründen)
- Kontexteinheiten, die wenig Informationen für Modellparameter liefern (z.B. eine Schule mit nur einem Schüler im Datensatz) nicht löschen

Voraussetzungen und Anwendungsempfehlungen

- Voraussetzungen und Annahmen der bisher vorgestellten Modelle:
  - Mindestens 30 Level 2-Einheiten für Modelle mit Random Intercept, mindestens 50 Level 2-Einheiten für Modelle mit Random Slope
  - Bei einer kleineren Anzahl von Level 2-Einheiten kann in SPSS „restricted maximum likelihood“ (REML) als Schätzmethode angewendet werden (dazu die Syntaxoption „METHOD = ML“ weglassen) bzw. auf Bayes-Statistik zurückgegriffen werden (in SPSS z.Zt. leider nicht implementiert)
- Andere Messniveaus der abhängigen Variablen:
  - Falls Sie dichotome oder mehrstufig nominale abhängige Variable per Multilevel-Modell auswerten wollen, steht in neueren SPSS-Versionen das Modul „generalisierte lineare gemischte Modelle“ zur Verfügung
  - Anwendungsorientierte Tutorials hierzu stammen z.B. von Mike Crowson: https://www.youtube.com/watch?v=roWTULimNPk

Erweiterung I: Panelanalyse



Bei Paneldaten sind Messzeitpunkte Ebene 1 und Personen Ebene 2.

- Entsprechend zwei Typen von Variablen:
  - **„between person“** (nur Variation auf Ebene 2): Variablen, die sich zwischen Personen unterscheiden, über die Zeit aber nicht variieren (z.B. Geschlecht, Geburtskohorte)
  - **„within person“** (Variation auf Ebene 1 und 2, d.h. innerhalb und zwischen Personen): alle zeitveränderlichen Merkmale wie Alter, Lebenszufriedenheit, Familienstand usw.

Erweiterung I: Panelanalyse

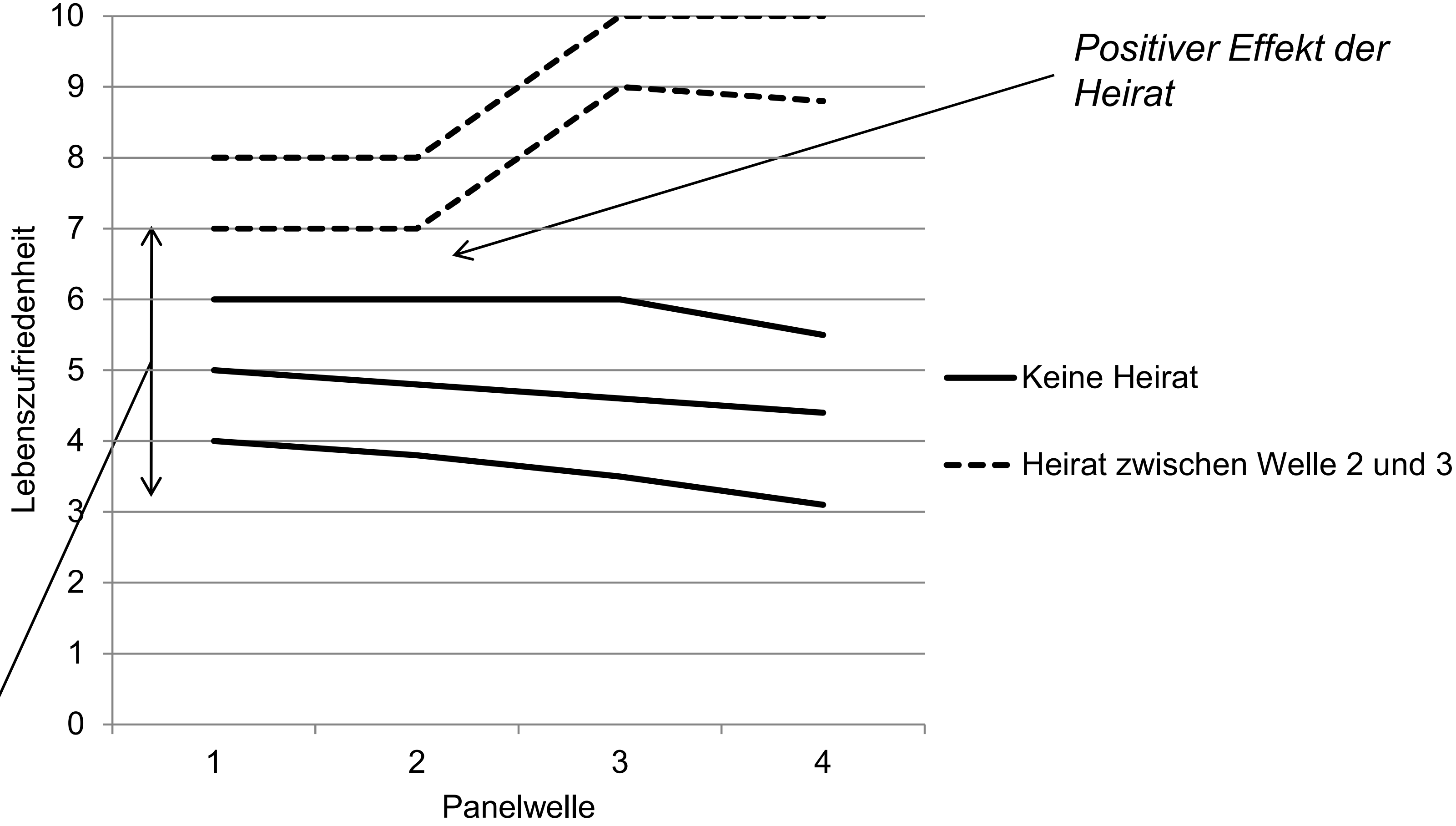
Person	Welle	Y	X1	X2
1	1	7	0	0
1	2	8	0	0
1	3	7	1	0
2	1	8	1	1
2	2	8	1	1
2	3	8	1	1
3	1	7	0	0
3	2	8	1	0
3	3	9	1	0

Daten im sog. **Long-Format**: Zeilen im Datensatz entsprechen personenspezifischen Messzeitpunkten. X1 zeitveränderlich („within person“), X2 zeitkonstant („between person“)

Erweiterung I: Panelanalyse

- Zur Erinnerung (→ Skript Forschungsdesigns, (Quasi-)Experimente): Das Hauptziel in Panelstudien besteht meist darin, die Auswirkung von zeitveränderlichen Variablen („within person“, z.B. Ereignissen) auf ein Outcome zu untersuchen
- Dazu erneut das Heiratsbeispiel auf der nächsten Folie mit den drei Effekten:
  - Erstens gibt es einen schwachen, negativen Alters- bzw. Periodeneffekt, da die Lebenszufriedenheit über die Zeit hinweg tendenziell abfällt
  - Zweitens finden sich Hinweise auf eine Selbstselektion: Diejenigen Personen, die heiraten, sind im Durchschnitt schon vor der Heirat zufriedener als die Personen, die nicht heiraten
  - Drittens zeigt sich ein kausaler (positiver) Effekt der Heirat auf die Zufriedenheit. Diese erhöht sich im Anschluss an die Heirat zwischen den Wellen 2 und 3 deutlich; in der Kontrollgruppe ohne Heirat zeigt sich dieser Effekt nicht

Erweiterung I: Panelanalyse



Positiver Effekt der Heirat

Selbstselektion: Personen, die heiraten, sind bereits vor der Heirat zufriedener

Erweiterung I: Panelanalyse

- Wichtig ist, dass Effekte in einem Panelmodell nicht durch Selbstselektion verzerrt werden (im Beispiel nach oben)
- Lösung: → **Difference-in-Difference-Schätzer, Fixed Effects (FE-) Modell**
- D.h., es werden nur Veränderungen innerhalb von Personen betrachtet und die Differenz der Entwicklung über die Zeit zwischen der „Quasi-Experimentalgruppe“ (im Beispiel: Personen mit Heirat) und der Kontrollgruppe (hier: ohne Heirat) verglichen
- Mögliches Problem: Je nach Fragestellung kann es sinnvoll/notwendig sein, auch zeitkonstante Variablen („between person“, z.B. Geschlecht) zu betrachten
- Dies ist jedoch mit einem FE-Modell nicht möglich; daher kann ein Mehrebenenmodell als sogenanntes **Hybrid-Modell** (Allison 2009) geschätzt werden

Erweiterung II: APC-Analyse

Klasse	Gleichungen	
Random Intercept Modell als Hybrid-Modell	Level 1:	$\mathrm{Y}_{it} = \beta_{0i} + \beta_1 (\bar{X}_i - X_{it}) + r_{it}$
	Level 2:	$\beta_{0_i} = \gamma_0 + \beta_2 \bar{X}_i + \beta_3 W_i + \mathrm{u}_{0_i}$
Indizes	t = 1,2…, m Messzeitpunkte i = 1,2…, n Personen	

Dabei ist $\bar{X}_i$ der personenspezifische Mittelwert der zeitveränderlichen Variablen X und $(\bar{X}_i - X_{it})$ entspricht der Abweichung von diesem Mittelwert zum jeweiligen Messzeitpunkt (Panelwelle) t; W_i entspricht einer zeitkonstanten Variablen

Erweiterung I: Panelanalyse

- Beispieldaten: Wellen 1-3 des Beziehungs- und Familienpanels pairfam (n= 3618 Befragungspersonen zwischen 25 und 40 Jahren)
- Abhängige Variable: Allgemeine Lebenszufriedenheit (1-10)
- Unabhängige Variablen:
  - Partnerschaftsdauer in Monaten („reldau“)
  - Dichtomomer Indikator zum Familienstand (0 = ledig, 1 = verheiratet, „ehe“)
- Als Ausgangspunkt schätzen wir ein konventionelles Random Intercept-Modell (Level 1: Messzeitpunkte, Level 2: Personen); im Panelkontext auch genannt **Random Effects Modell**

Erweiterung I: Panelanalyse

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzer	Std.-Fehler	df	T	Sig.	95% Konfidenzintervall Untergrenze	95% Konfidenzintervall Obergrenze
Konstanter Term	7,646	,056	1984,074	136,422	,000	7,536	7,756
reldau	-,001	,001	1995,277	-1,007	,314	-,002	,001
ehe	,300	,068	3587,277	4,399	<.001	,166	,433

a. Abhängige Variable: Zufriedenheit mit Leben insgesamt (Frage 323).

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

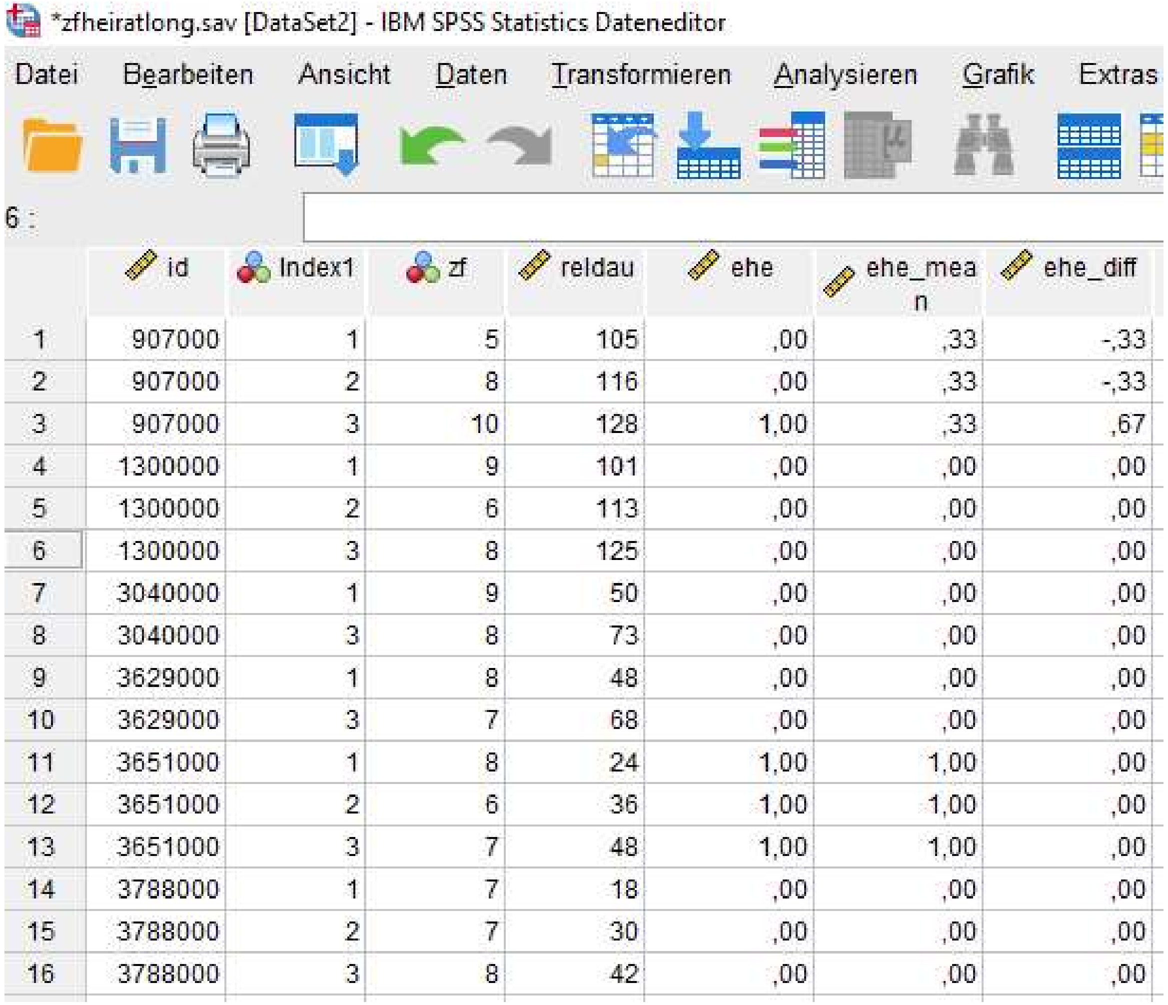
Parameter		Schätzer	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	95% Konfidenzintervall Untergrenze	95% Konfidenzintervall Obergrenze
Residuum		1,123	,035	32,128	<.001	1,056	1,193
Konstanter Term [ID, Person]	Varianz	1,249	,065	19,107	<.001	1,127	1,383

a. Abhängige Variable: Zufriedenheit mit Leben insgesamt (Frage 323).

Erweiterung I: Panelanalyse

- Disskussionspunkte :
  - Vermeintlich positiver Effekt der Heirat (b = 0,3)
  - Aber: Varianz zwischen Personen – da nur Random Intercept – <u>teilweise, aber nicht vollständig</u> kontrolliert
  - Mögliche Selbstselektions-Effekte: Personen, die heiraten, sind schon vor der Heirat zufriedener
  - Lösung: Ausbau des Modells zum Hybrid-Modell

Erweiterung I: Panelanalyse



	id	Index1	zf	reldau	ehe	ehe_mean	ehe_diff
1	907000	1	5	105	,00	,33	-,33
2	907000	2	8	116	,00	,33	-,33
3	907000	3	10	128	1,00	,33	,67
4	1300000	1	9	101	,00	,00	,00
5	1300000	2	6	113	,00	,00	,00
6	1300000	3	8	125	,00	,00	,00
7	3040000	1	9	50	,00	,00	,00
8	3040000	3	8	73	,00	,00	,00
9	3629000	1	8	48	,00	,00	,00
10	3629000	3	7	68	,00	,00	,00
11	3651000	1	8	24	1,00	1,00	,00
12	3651000	2	6	36	1,00	1,00	,00
13	3651000	3	7	48	1,00	1,00	,00
14	3788000	1	7	18	,00	,00	,00
15	3788000	2	7	30	,00	,00	,00
16	3788000	3	8	42	,00	,00	,00

1. Personenspezifischen Mittelwert von “ehe” aggregieren:

```
AGGREGATE
  /OUTFILE=*
MODE=ADDVARIABLES
  /BREAK=id
  /ehe_mean=MEAN(ehe).
```

2. Differenz von diesem Mittelwert in der jeweiligen Welle berechnen:

```
COMPUTE ehe_diff =
ehe - ehe_mean.
execute.
```

Erweiterung I: Panelanalyse

```
MIXED zf WITH reldau ehe_mean ehe_diff
        /FIXED = reldau ehe_mean ehe_diff
        /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(id)
        /PRINT G SOLUTION TESTCOV CPS.
```

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzer	Std.-Fehler	df	T	Sig.	95% Konfidenzintervall Untergrenze	95% Konfidenzintervall Obergrenze
Konstanter Term	7,597	,057	1883,039	132,374	,000	7,485	7,710
reldau	-,001	,001	1995,038	-1,037	,300	-,002	,001
ehe_mean	,572	,099	1533,354	5,767	<,001	,377	,767
ehe_diff	,065	,092	2110,417	,699	,484	-,116	,245

a. Abhängige Variable: Zufriedenheit mit Leben insgesamt (Frage 323).

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

Parameter		Schätzer	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	95% Konfidenzintervall Untergrenze	95% Konfidenzintervall Obergrenze
Residuum		1,119	,035	32,130	<,001	1,053	1,189
Konstanter Term [ID, Person]	Varianz	1,243	,065	19,102	<,001	1,122	1,377

a. Abhängige Variable: Zufriedenheit mit Leben insgesamt (Frage 323).

Erweiterung I: Panelanalyse

- Disskussionspunkte:
  - Im Hybrid-Modell sind verheiratete Personen zufriedener als ledige Personen („between person“, Varianz zwischen Personen, b = 0,572)
  - Es kann aber nicht bestätigt werden, dass Personen nach der Heirat durchschnittlich zufriedener sind als vor der Heirat („within person“, Varianz innerhalb von Personen, b = 0,065)
  - Der positive Heiratseffekt im einfachen Random Intercept Modell (siehe oben) war folglich ein Artefakt, Resultat von Selbstselektion (zufriedenere Menschen heiraten eher)
  - Der Effekt von „ehe_diff“ <u>entspricht dem Schätzer eines Fixed Effects Modells</u>, d.h. einem difference-in-difference-Schätzer!

Erweiterung I: Panelanalyse

- Zusammengefasste Vorteile des Hybrid-Modells:
  - Splittet die Effekte von zeitveränderlichen Variablen sauber auf in die „between person“-Komponente und die „within person“-Komponente
  - Dabei werden Verzerrungen durch Selbstselektion, wie im FE-Modell, vermieden (wenn von unterschiedlichen zeitlichen Wachstumspfaden in spezifischen Personengruppen abgesehen wird)
  - Der Effekt der „within person“-Komponente im Hybrid-Modell ist identisch mit dem Schätzer eines FE-Modells
  - Gleichzeitig können im Hybrid-Modell bei Bedarf auch zeitkonstante Merkmale (z.B. Geschlecht, Geburtsjahr) berücksichtigt werden

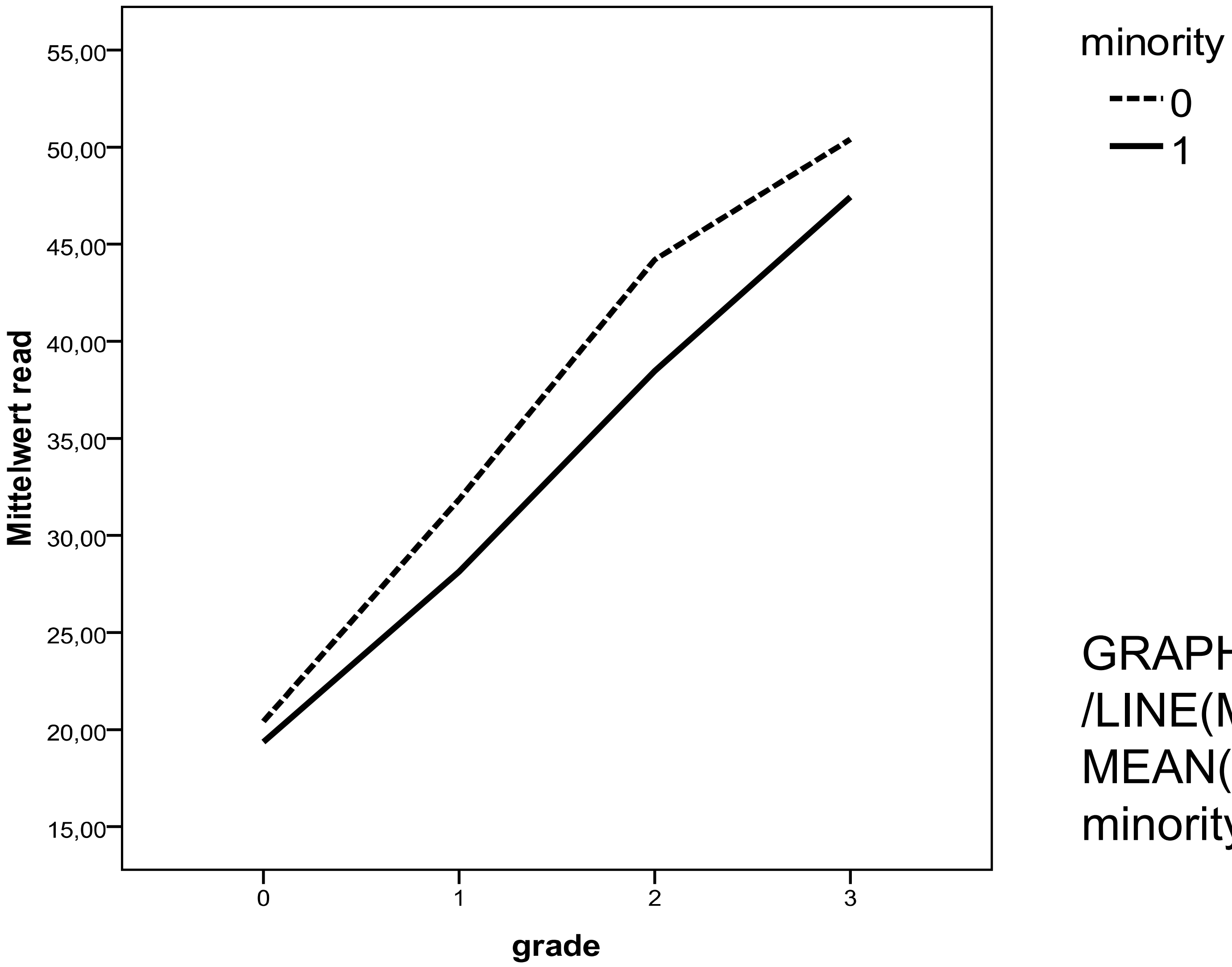
Erweiterung II: Wachstumskurvenmodelle

- Wird für eine Zeitvariable in Paneldaten, z.B. das Lebensalter, ein Random Slope geschätzt, spricht man von **Wachstumskurvenmodellen** („growth-curve models“)
- Der Effekt der Zeit als Level 1-Merkmal (z.B. lineare oder u-förmige zeitliche Trends) kann somit über die Level 2-Einheiten variieren, dadurch wird z.B. für jede Person ein individueller Zeittrend geschätzt
- Wird die Zeit mit Level 1- oder Level 2-Prädiktoren (z.B. dem Geschlecht) interagiert, kann erklärt werden, warum sich Personen mit bestimmten Merkmalen über die Zeit unterschiedlich entwickeln

Erweiterung II: Wachstumskurvenmodelle

- Beispieldaten: National Longitudinal Survey of Youth (n = 1677 Schüler und n = 2676 Beobachtungen)
- Abhängige Variable: Leseleistung („read“) von Grade 0 (Vorschule) bis zur 3. Klasse
- Unabhängige Variablen:
  - „Grade“ (0 bis 3)
  - Dummy „Minority“

Erweiterung II: Wachstumskurvenmodelle



GRAPH
/LINE(MULTIPLE)=
MEAN(read) BY grade BY
minority.

Erweiterung II: Wachstumskurvenmodelle

- Wir wollen mit Hilfe eines Wachstumskurvenmodells prüfen, ob die bereits deskriptiv erkennbare Auseinanderentwicklung der Gruppen über die Zeit (vorherige Folie) statistisch signifikant ist
- Für „grade“, die Zeitvariable, wird dabei ein Random Slope geschätzt, die lineare Entwicklung der Leseleistung der Schüler variiert also um den mittleren linearen Effekt von „grade“
- Zusätzlich wird ein Interaktionseffekt „minority x grade“ in das Modell aufgenommen:

```
MIXED read BY minority WITH grade
/FIXED = minority grade minority*grade
  /PRINT=SOLUTION TESTCOV
 /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(id)
 /RANDOM = grade | SUBJECT(id).
```

Erweiterung II: Wachstumskurvenmodelle

Schätzungen fester Parameter[b]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Konstanter Term	18,968941	,327765	1322,848	57,874	,000	18,325945	19,611936
[minority=0]	1,561542	,445845	1308,311	3,502	,000	,686893	2,436190
[minority=1]	0[a]	0	.	.	.	.	.
grade	9,718838	,242078	1340,550	40,148	,000	9,243945	10,193731
[minority=0] * grade	1,344808	,334919	1372,739	4,015	,000	,687799	2,001817
[minority=1] * grade	0[a]	0	.	.	.	.	.

a. Dieser redundante Parameter wird auf null gesetzt.

b. Abhängige Variable: read.

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Residuum		41,830750	2,249649	18,594	,000	37,645947	46,480746
Konstanter Term [Subjekt = id]	Varianz	12,155648	2,553397	4,761	,000	8,053340	18,347640
grade [Subjekt = id]	Varianz	13,390196	1,132648	11,822	,000	11,344507	15,804772

a. Abhängige Variable: read.

Erweiterung II: Wachstumskurvenmodelle

- Der Haupteffekt von „minority“ (= 1,56) bezieht sich nun auf grade = 1 und der mittlere Effekt von „grade“ (= 9,72) auf minority = 1
- Der signifikante, positive Interaktionseffekt (= 1,34) bestätigt, dass der positive lineare Trend in der Entwicklung der Leseleistung bei Schülerinnen und Schülern, die keiner Minorität angehören, stärker ist als in der Referenzgruppe der Minoritätenschüler
- Die sich öffnende Scherenentwicklung über die Zeit ist demnach statistisch signifikant

Erweiterung III: APC-Analyse

- **Trenddaten** = Hier werden (a) die Werte der gleichen Variablen (b) zu mehreren Zeitpunkten mit (c) jeweils unterschiedlichen Stichproben erhoben (wiederholte Querschnitte)
- Beispiel: Daten des kumulierten ALLBUS 1980-2008 (seit 1991 mit den neuen Bundesländern)
- Abhängige Variable: Kirchgangshäufigkeit (1 = nie, 2 = seltener, 3 = mehrmals im Jahr, 4 = 1-3-mal pro Monat, 5 = 1-mal pro Woche, 6 = über 1-mal pro Woche)
- Ziel: Differenzierung zwischen Alters-, Perioden- und Kohorteneffekten

Erweiterung III: APC-Analyse

- **Alters-, Perioden- und Kohorteneffekte**:
  - Kohorteneffekt: Unterschiede zwischen Personen, die signifikante historische Phasen gemeinsam erlebt haben (Sozialisationseinflüsse)
  - Periodeneffekte: Unterschiede zwischen Kalenderzeitpunkten, die alle Altersgruppen bzw. alle Geburtskohorten gleichermaßen betreffen
  - Alters- bzw. Lebenszykluseffekte: Veränderungen innerhalb von Geburtskohorten, die auf die Stellung einer Person im Lebensverlauf zurückzuführen sind

Erweiterung III: APC-Analyse

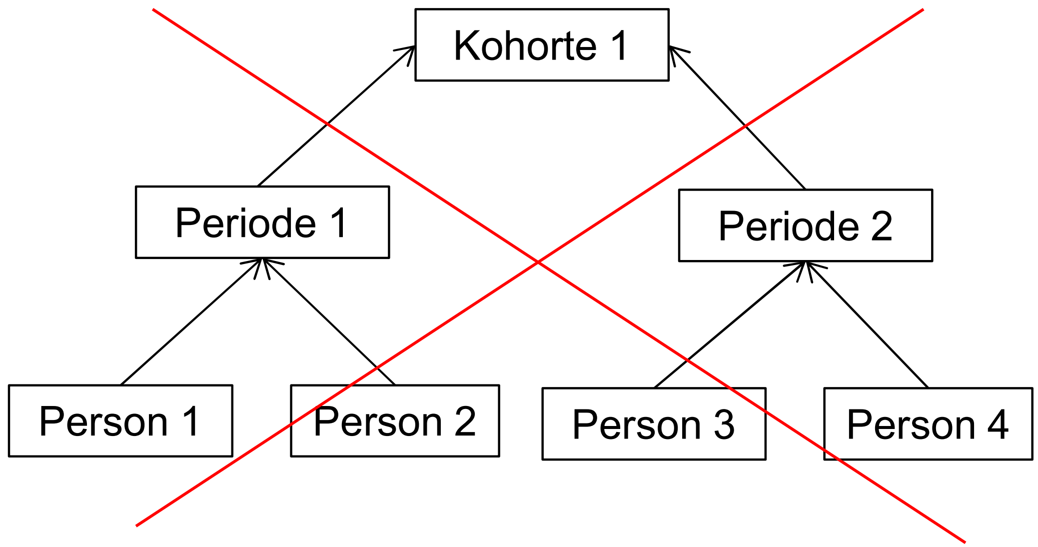
- Methodische Probleme:
  - Erstes Problem: Periode - Alter = Geburtsjahr (Identifikationsproblem)
  - Lösung: Nichtlineare Alterstransformation (Alter und quadriertes Alter + Zusammenfassung von jeweils 5 Geburtsjahrgängen zu einer Kohorte)
  - Zweites Problem: Angehörige einer Geburtskohorte bzw. in demselben Erhebungsjahr Befragte sind sich (möglicherweise) überzufällig ähnlich (hierarchische Datenstruktur)
  - Lösung: Berechnung eines Mehrebenenmodells

Erweiterung III: APC-Analyse

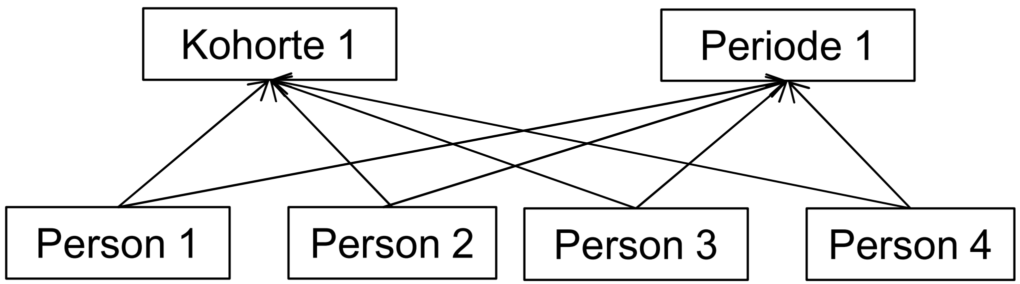
- Genauer gesagt: **„Cross-Classified Random Effects“**-Modelle (Yang & Land 2006)
- Schachtelung von Personen in Kohorten und Perioden ist nicht hierarchisch, da die zu einem Erhebungszeitpunkt befragten Personen mehreren Kohorten angehören bzw. die Mitglieder einer Kohorte zu unterschiedlichen Erhebungszeitpunkten befragt werden
- Daher kein 3-Ebenen-Modell, sondern ein „cross classified“ Modell (siehe nächste Folie)
- Was diese „Kreuztabullierung“ bedeutet, verdeutlicht die übernächste Folie anhand der ALLBUS Daten

Erweiterung III: APC-Analyse

APC-Daten sind keine
3-Ebenen-Daten



„crossed factors“:



Erweiterung III: APC-Analyse

Kohorte	Erhebungsjahr						
	1980	**1982**	**1984**	**1986**	**1988**	**1990**	**1991**
1895-1900	58	35	17	9	6	5	0
1901-1905	99	86	74	43	36	26	8
1906-1910	170	173	129	115	90	50	19
1911-1915	257	223	198	130	141	119	51

Kreuztabelle aus Geburtskohorten und historischer Zeit („cross-classified“)

Erweiterung III: APC-Analyse

Klasse	Gleichungen
Cross-Classified Random Effects Model	Level 1: $Y_{ijk} = \beta_{ojk} + \beta_1 AGE + \beta_2 AGE^2 + r_{ijk}$ Level 2: $\beta_{0jk} = \gamma_0 + u_{0j} + \nu_{ok}$
Indizes	i = 1,2…, n_{jk} Personen j = 1,2…, 19 Kohorten k = 1,2…, 16 Erhebungsjahre

Erweiterung III: APC-Analyse

- Innerhalb von Geburtskohorte j und Erhebungsjahr k wird die Kirchgangshäufigkeit für jede Person i folglich als eine Funktion ihres Alters (linear und quadriert) modelliert
- β_{0jk} ist die Regressionskonstante bzw. der Mittelwert einer Zelle in der Perioden-Kohorten-Kreuztabelle, also die mittlere Kirchgangshäufigkeit von Personen, die zu Geburtskohorte j gehören und im Jahr k befragt wurden
- r_{ijk} ist der individuelle Fehler, d.h. die Abweichung der Kirchgangshäufigkeit eines Individuums i in Kohorte j und Periode k vom Zellenmittelwert

Erweiterung III: APC-Analyse

- γ_0 stellt den fixen Teil der Regressionskonstante dar, genauer gesagt die mittlere Kirchgangshäufigkeit über alle Personen (grand mean)
- Die Regressionskonstante variiert a) über Erhebungszeitpunkte (Zeilen der Perioden-Kohorten-Tabelle) und b) über die Geburtskohorten (Spalten dieser Tabelle)
- Das Modell hat also zwei random intercepts
- Der Fehlerterm u_{0j} erfasst die Variation der Regressionskonstante über die Kohorten, d.h. die über Perioden gemittelten Abweichungen der Geburtskohorten vom fixen Teil der Regressionskonstante
- v_{0k} steht entsprechend für den zufälligen Periodeneffekt, also die über Kohorten gemittelten Abweichungen der Erhebungsjahre von γ_0

Erweiterung III: APC-Analyse

- SPSS-Syntax für das Modell:

```
MIXED kgang WITH agezent agequad
  /FIXED = agezent agequad
  /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(kohorte)
  /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(periode)
  /PRINT G SOLUTION TESTCOV CPS.
```

- Hinweis: Hier ist die Zahl der Level-2-Einheiten (19 Kohorten und 16 Messzeitpunkte) kleiner als die Lehrbuchvorgabe von 30
- Durch Weglassen der Syntaxoption „METHOD = ML“ wird daher ein „restricted maximum likelihood“ (REML-)Schätzer verwendet (in SPSS default)

Erweiterung III: APC-Analyse

Schätzungen fester Parameter[a]

ERHEBUNGSGEBIET <WOHNGEBIET>: WEST - OST	Parameter	Schätzer	Std.-Fehler	df	T	Sig.	95% Konfidenzintervall Untergrenze	Obergrenze
ALTE BUNDESLAENDER	Konstanter Term	2,740	,053	21,292	51,814	<.001	2,630	2,850
	agezent	,016	,001	20,694	19,698	<.001	,015	,018
	agequad	,000	2,791E-5	657,640	-3,410	<.001	,000	-4,037E-5

a. Abhängige Variable: kgang.

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

ERHEBUNGSGEBIET <WOHNGEBIET>: WEST - OST	Parameter		Schätzer	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	95% Konfidenzintervall Untergrenze	Obergrenze
ALTE BUNDESLAENDER	Residuum		1,694	,012	138,552	,000	1,670	1,718
	Konstanter Term [kohorte]	Varianz	,006	,003	2,057	,040	,002	,016
	Konstanter Term [jahr]	Varianz	,036	,014	2,654	,008	,017	,075

a. Abhängige Variable: kgang.

Erweiterung III: APC-Analyse

- Wesentliche Ergebnisse:
  - Alters-, Perioden- und Kohorteneffekte gleichzeitig signifikant
  - Glockenförmiger Alterseffekt (Vorzeichen des quadrierten Alters negativ)
  - Signifikante, aber überraschend kleine kohortenspezifische Varianz (Anteil an der Gesamtvarianz: 0,006 / 1,74 ≈ 0,003)
  - Signifikante periodenspezifische Varianz (0,036 / 1,736 = 0,02)
- Probleme / Diskussionspunkte:
  - Neuere Simulationsstudien (z.B. Lois 2019) zeigen, dass das Standard-Mehrebenenmodell zu einer Unterschätzung von Kohorteneffekten führt; Lösung: 2-Ebenen-Modell (mit Level 2: Periode) und Modellierung der Kohorte als Fixed Effect
  - (Natur der Trenddaten erlaubt nur bedingt Schätzung von Alterseffekten)
  - (Kohorteneinteilung nach inhaltlichen Gesichtspunkten eventuell sinnvoller)

Erweiterung III: APC-Analyse

Klasse	Gleichungen	
HAPC-FC-Modell (nach Lois 2019)	Level 1:	$Y_{ik} = \beta_{ok} + \beta_1 AGE_i + \beta_2 AGE_i{}^2 + \beta_3 Cohort_i + r_{ik}$
	Level 2:	$\beta_{0k} = \gamma_0 + \nu_{ok}$
Indizes	i = 1,2…, n_{jk} Personen	
	k = 1,2…, 16 Erhebungsjahre	

Erweiterung III: APC-Analyse

- SPSS-Syntax für das HAPK-FC-Modell:

```
MIXED kgang WITH agezent agequad BY kohorte
  /FIXED = agezent agequad kohorte
  /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(periode)
  /PRINT G SOLUTION TESTCOV CPS.
```

- Für 18 der 19 Kohorten wird ein Fixed-Effect (über eine Dummy-Variable) geschätzt (mit einer Referenzkohorte)
- Periodeneffekte werden weiterhin auf Level 2 (als Random Intercept) geschätzt

Erweiterung III: APC-Analyse

Schätzungen fester Parameter[a]

ERHEBUNGSGEBIET <WOHNGEBIET>: WEST - OST	Parameter	Schätzer	Std.-Fehler	df	T	Sig.	95% Konfidenzintervall	
							Untergrenze	Obergrenze
ALTE BUNDESLAENDER	Konstanter Term	2,545	,148	48,637	17,193	<,001	2,248	2,843
	agezent	,005	,003	20,851	1,698	,104	-,001	,010
	agequad	,000	3,052E-5	38386,935	-3,996	<,001	,000	-6,215E-5
	[kohorte=1.00]	,660	,284	34,844	2,328	,026	,084	1,236
	[kohorte=2.00]	,777	,253	29,092	3,070	,005	,259	1,294
	[kohorte=3.00]	,759	,237	28,143	3,204	,003	,274	1,244
	[kohorte=4.00]	,652	,223	28,648	2,919	,007	,195	1,109
	[kohorte=5.00]	,659	,211	30,475	3,129	,004	,229	1,090
	[kohorte=6.00]	,506	,199	31,948	2,544	,016	,101	,911
	[kohorte=7.00]	,462	,187	34,665	2,468	,019	,082	,842
	[kohorte=8.00]	,378	,176	38,439	2,152	,038	,022	,733
	[kohorte=9.00]	,325	,164	43,008	1,981	,054	-,006	,657
	[kohorte=10.00]	,122	,154	49,883	,791	,433	-,188	,432
	[kohorte=11.00]	,068	,143	60,727	,475	,636	-,218	,355
	[kohorte=12.00]	,038	,133	76,967	,289	,774	-,227	,304
	[kohorte=13.00]	-,038	,123	106,170	-,309	,758	-,283	,207
	[kohorte=14.00]	-,076	,115	163,360	-,664	,507	-,304	,151
	[kohorte=15.00]	-,103	,109	308,807	-,948	,344	-,317	,111
	[kohorte=16.00]	-,042	,105	857,203	-,402	,688	-,249	,164
	[kohorte=17.00]	-,109	,105	4083,575	-1,043	,297	-,314	,096
	[kohorte=18.00]	-,191	,105	26226,380	-1,809	,070	-,397	,016
	[kohorte=19.00]	0[b]	0	.	.	.	.	.

a. Abhängige Variable: kgang.

b. Dieser Parameter wird auf null gesetzt, da er redundant ist.

Erweiterung III: APC-Analyse

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

ERHEBUNGSGEBIET <WOHNGEBIET>: WEST - OST	Parameter		Schätzer	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	95% Konfidenzintervall Untergrenze	95% Konfidenzintervall Obergrenze
ALTE BUNDESLAENDER	Residuum		1,694	,012	138,537	,000	1,670	1,718
	Konstanter Term [Jahr]	Varianz	,012	,007	1,886	,059	,004	,035

a. Abhängige Variable: kgang.

- Wesentliche Ergebnisse:
  - Deutlichere Kohorteneffekte (etwa 9 älteste Kohorten mit höherem Kirchgang)
  - Weiterhin signifikanter, glockenförmiger Alterseffekt
  - Schwächerer, nur tendenziell signifikanter Periodeneffekt

Erweiterung IV: Dyadische Daten

- Dyadische Daten sind ebenfalls hierarchische Daten (z.B. Level 1: Partner, Level 2: Paar)
- Man unterscheidet zwischen unterscheidbaren Dyaden (z.B. Geschlecht bei heterosexuellen Paaren) und nicht unterscheidbaren Dyaden (z.B. gleichgeschlechtliche Freunde)
- Dyadische Multilevel-Modelle enthalten einen Random Intercept (Varianz zwischen Paaren wird als Zufallsvariable modelliert)
- Es können aber keine Random Slopes (d.h. über Paare variierende Zusammenhänge) modelliert werden, da hierfür mit nur zwei Personen pro Dyade nicht genügend Informationen zur Verfügung stehen

Erweiterung IV: Dyadische Daten

- Drei Variablenarten:
  1. „within dyad“ (nur level 1-Variation): variiert innerhalb der Dyade, aber Summe/Mittelwert konstant über Dyaden hinweg (z.B. Geschlecht bei heterosexuellen Dyaden, Generation bei Eltern-Kind-Dyaden)
  2. „between dyad“ (level 2-Variable): variiert zwischen, aber nicht innerhalb der Dyade (z.B. Ehedauer)
  3. mixed: Variation innerhalb und zwischen Dyaden (z.B. Alter, Beziehungsqualität, Lebenszufriedenheit)

- Dyadische Verfahren werden immer dann benötigt, wenn die AV eine mixed-Variable ist

Erweiterung IV: Dyadische Daten

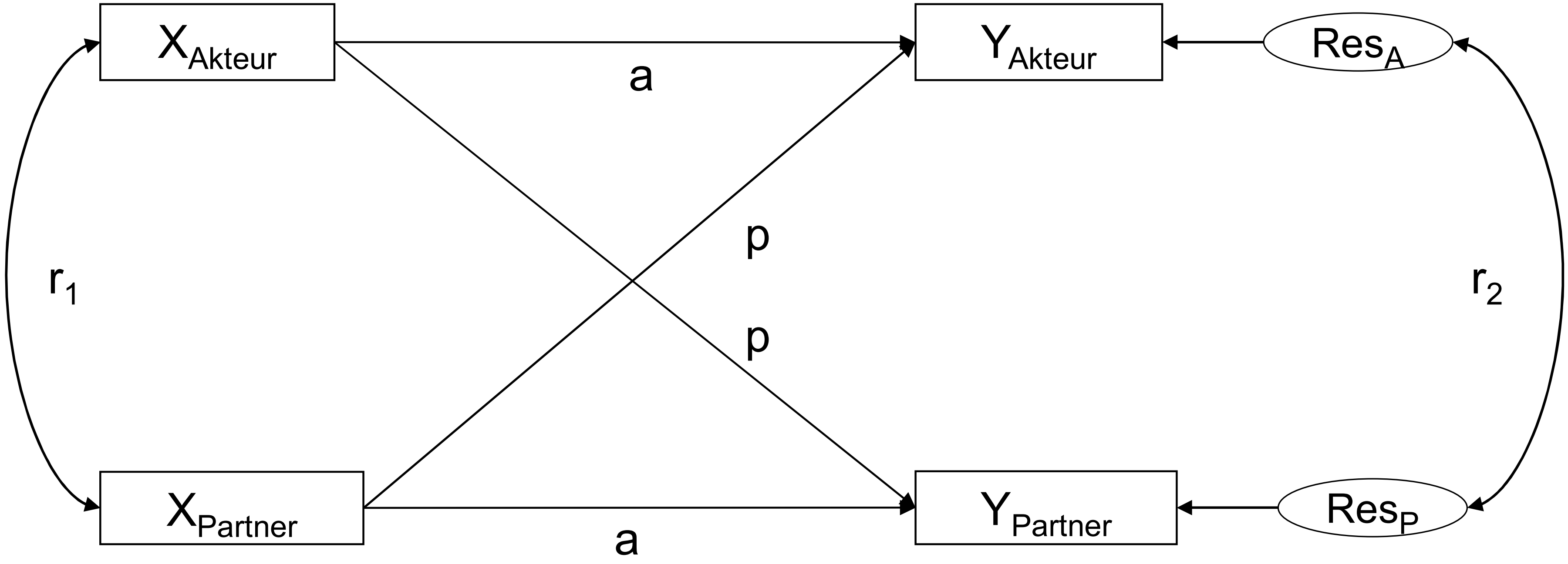
Dyade	Partner	X	Y
1	1	91	2
1	2	51	6
2	1	78	3
2	2	66	5
3	1	62	8
3	2	46	9
:	:	:	:
28	1	41	9
28	2	78	4
29	1	83	5
29	2	62	7
30	1	81	6
30	2	49	4

- Beispiel für Datenstruktur im long-Format und drei Variablentypen:
  - Dyade: between
  - Partner: within
  - X, Y: mixed

Erweiterung IV: Dyadische Daten

- Wann braucht man keine dyadischen Analyseverfahren?
  - Wenn AV eine between-dyad-Variable ist (z.B. Geburt eines gemeinsamen Kindes)
  - Wenn mixed-Variablen ausschließlich als erklärende Größen (UV) fungieren
  - Wenn Mitglieder der Dyaden unterschiedliche Konstrukte einschätzen (z.B. Selbsteinschätzung Erziehungsstil durch Mutter $\rightarrow$ Einschätzung der Beziehungsenge zur Mutter durch Kind)
  - (bei kleinem ICC)

Erweiterung IV: Dyadische Daten



Actor-Partner-Interdependence-Modell (APIM)

Erweiterung IV: Dyadische Daten

- Hauptcharakteristikum des APIM:
  - Jeder Positionsinhaber innerhalb eines sozialen Gebildes oder Netzwerks wird gleichzeitig als Sender und als Ziel sozialen Einflusses betrachtet
  - r_1: Exogene dyadische Korrelation beim Merkmal X
  - a: Akteureffekte (Zusammenhänge innerhalb derselben Person)
  - p: Partnereffekte (Effekt von Akteur auf Partner und umgekehrt)
  - r_2: Endogene dyadische Residualkorrelation beim Merkmal Y („Restähnlichkeit“ von Akteur und Partner, die über Partnereffekte hinsichtlich X nicht erklärbar ist)

Erweiterung IV: Dyadische Daten

Klasse	Gleichungen	
APIM als Multilevel-Modell	Level 1:	$Y_a = \beta_{oi} + \beta_1 X_a + \beta_2 X_p$ $[+\beta_3 S + \beta_4 X_a S + \beta_5 X_p S]$ $+ r_a$
	Level 2:	$\beta_{0i} = \gamma_0 + u_i$
Indizes	a = actor p = partner i = 1,2…., n_i Paare	

Erweiterung IV: Dyadische Daten

- β_1 ist der Akteureffekt von Merkmal X auf Merkmal Y, innerhalb der Personen
- β_2 ist der Partnereffekt von Merkmal X des einen auf Merkmal Y des anderen Partners, unter Kontrolle der Ausprägung von X des anderen Partners
- Bei unterscheidbaren Dyaden lassen sich die jeweils zwei Akteur- und Partnereffekte (z.B. von Männern auf Frauen und umgekehrt) getrennt schätzen, indem Akteur- und Partnereffekt mit der Statusvariablen S interagiert werden (vgl. die eckige Klammer)

Erweiterung IV: Dyadische Daten

- Hier quantifiziert der jeweilige Haupteffekt β_1 (β_2) den Akteureffekt (Partnereffekt) in der Referenzkategorie der Statusvariablen S (z.B. bei Männern), während das unstandardisierte Regressionsgewicht des Interaktionseffekts die Effektdifferenz zwischen den beiden durch S indizierten Gruppen (also z.B. bei Männern vs. Frauen) anzeigt
- Das Modell enthält einen Random Intercept, der die Abweichungen des jeweiligen Paares vom Gesamtmittelwert der abhängigen Variablen abbildet, d.h. die paarspezifische Varianz

Erweiterung IV: Dyadische Daten

Paar-ID	**Partner-ID (S)**	Y_a	Y_p	X_a	X_p
1	1	5	2	3	1
1	2	2	5	1	3
2	1	4	2	1	5
2	2	2	4	5	1

Fiktive pairwise-Datenmatrix

Erweiterung IV: Dyadische Daten

- Beispieldaten:
  - Bamberger Panelstudien zu Ehen und Nichtehelichen Lebensgemeinschaften (ZA Nr. 4266 und 4665)
  - N = 2307 Ehepaare und NEL in Welle 1 (1988)
  - Y: Religiosität (Skala aus 4 Items: Wichtigkeit des Lebensbereichs Religion und Kirche, Einfluss religiöser Überzeugungen auf Leben des Befragten, Verbundenheit mit Kirche, Kirchgangshäufigkeit)
  - X: Religiöse Sozialisation im Elternhaus (Skala aus 2 Items: Eltern waren in Kindheit des Befragten religiös, Religiosität der Eltern spielte große Rolle für Familienleben)

Erweiterung IV: Dyadische Daten

- Fragestellungen: Wie stark ist die dyadische Abhängigkeit in den Daten beim Merkmal Religiosität (Varianz zwischen Dyaden, Intraklassenkorrelation)?
- Besteht ein Zusammenhang zwischen
  – der religiösen Sozialisation des Akteurs und seiner eigenen Religiosität (Akteureffekt)?
  – der religiösen Sozialisation des Partners und der Religiosität des Akteurs (Partnereffekt, „religiöse familiale Milieus“)?
- Unterscheiden sich diese Akteur- und Partnereffekte in Abhängigkeit des Geschlechts?

Erweiterung IV: Dyadische Daten

Modell	**SPSS-Syntax**
Nullmodell	MIXED YA /PRINT=SOLUTION TESTCOV /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(paarid).
APIM für nicht unterscheidbare Dyaden	MIXED YA WITH XA XP /FIXED= XA XP /PRINT=SOLUTION TESTCOV /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(paarid).
APIM für unterscheidbare Dyaden (Kriterium: Geschlecht)	MIXED YA BY frau WITH XA XP /FIXED= XA XP frau frau*XA frau*XP /PRINT=SOLUTION TESTCOV /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(paarid).

Erweiterung IV: Dyadische Daten

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	4,115194E-16	,018716	2306	,000	1,000	-,036701	,036701

a. Abhängige Variable: Z-Wert: Religiosität des Mannes (Skala, Z-Wert, .88).

Kovarianzparameter

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		,384086	,011309	33,963	,000	,362549	,406903
Konstanter Term [Subjekt = id]	Varianz	,616047	,024461	25,185	,000	,569923	,665904

a. Abhängige Variable: Z-Wert: Religiosität des Mannes (Skala, Z-Wert, .88).

Nullmodell; ICC = 0,616 / (0,384 + 0,616) = 0,616

Erweiterung III: Dyadische Daten

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	-7,047380E-16	,015350	2300,226	,000	1,000	-,030101	,030101
Zrelsoz_a	,450621	,011861	4291,329	37,993	,000	,427368	,473874
Zrelsoz_p	,189320	,011891	4274,254	15,922	,000	,166008	,212631

a. Abhängige Variable: Z-Wert: Religiosität des Mannes (Skala, Z-Wert, .88).

Kovarianzparameter

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		,336051	,009907	33,920	,000	,317184	,356040
Konstanter Term [Subjekt = id]	Varianz	,375534	,016786	22,372	,000	,344034	,409918

a. Abhängige Variable: Z-Wert: Religiosität des Mannes (Skala, Z-Wert, .88).

APIM, Akteurs- und Partnereffekte variieren nicht nach Geschlecht

Erweiterung IV: Dyadische Daten

Schätzungen fester Parameter[b]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Konstanter Term	-,012679	,017566	3600,662	-,722	,470	-,047118	,021761
Zrelsoz_a	,464530	,017607	3939,140	26,383	,000	,430010	,499049
Zrelsoz_p	,180050	,017686	3978,476	10,180	,000	,145374	,214725
[frau=.00]	,024867	,017069	2299,161	1,457	,145	-,008604	,058338
[frau=1.00]	0[a]	0	.	.	.	.	.
[frau=.00] * Zrelsoz_a	-,027492	,026139	3646,095	-1,052	,293	-,078741	,023756
[frau=1.00] * Zrelsoz_a	0[a]	0	.	.	.	.	.
[frau=.00] * Zrelsoz_p	,018234	,026086	3660,593	,699	,485	-,032910	,069377
[frau=1.00] * Zrelsoz_p	0[a]	0	.	.	.	.	.

a. Dieser redundante Parameter wird auf null gesetzt.
b. Abhängige Variable: Z-Wert: Religiosität des Mannes (Skala, Z-Wert, .88).

Kovarianzparameter

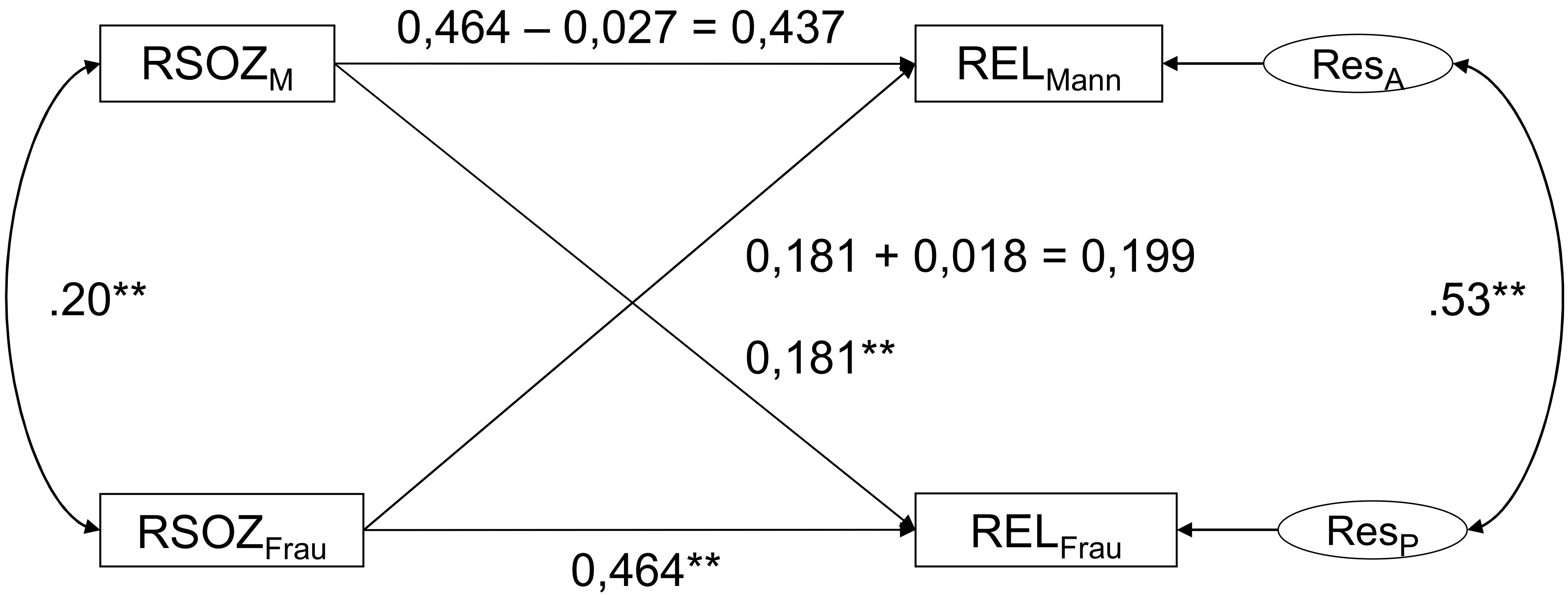
Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Residuum		,335955	,009909	33,905	,000	,317085	,355949
Konstanter Term [Subjekt = id]	Varianz	,375682	,016792	22,373	,000	,344171	,410078

a. Abhängige Variable: Z-Wert: Religiosität des Mannes (Skala, Z-Wert, .88).

APIM, Akteurs- und Partnereffekte variieren nach Geschlecht

Erweiterung IV: Dyadische Daten



Actor-Partner-Interdependence-Modell (APIM); Korrelation von X (.20) wird bivariat bestimmt; Residualkorrelation von Y (.53) entspricht dem ICC des Modells auf vorheriger Folie

Literaturempfehlungen

Einführungen / Überblicksliteratur

- Luke, D. A. (2004): Multilevel modeling. Sage University paper series in quantitative applications in the social sciences; 143. Thousand Oaks: Sage
- Ditton, H. (1998): Mehrebenenanalyse. Grundlagen und Anwendungen des Hierarchisch Linearen Modells. Weinheim: Juventa.

Lehrbücher

- Bryk, A. S. & Raudenbush, S. W. (1992): Hierarchical linear models: Applications and data analysis methods. Newbury Park, CA: Sage.
- Hox, J. (2002): Multilevel Analysis. Techniques and applications. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Langer, W. (2004): Mehrebenenanalyse: Eine Einführung für Forschung und Praxis. Wiesbaden: VS-Verlag.
- Snijders, T. & Bosker, R. (2012): Multilevel analysis. An introduction to basic and advanced multilevel modeling. London: Sage.

Literaturempfehlungen

Logik der Panelanalyse

Brüderl, J. (2010): Kausalanalyse mit Paneldaten. In: Handbuch sozialwissenschaftliche Datenanalyse, Hrsg. Best, Henning & Christoph Wolf, 963–994. Wiesbaden: VS Verlag. http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-531-92038-2_36

Fixed-Effects-Ansatz

Allison, P.D. (2009): Fixed effects regression models. Sage University paper series in quantitative applications in the social sciences; 160. Thousand Oaks: Sage

Wachstumskurven

Singer, J. D. & Willett, J.B. (2003): Applied longitudinal data analysis. Oxford: Oxford University Press.

APC-Analyse (Cross-Classified)

Yang, Y. & Land, K. C. (2006): A mixed models approach to age-period-cohort analysis of repeated cross-section surveys: Trends in verbal test scores. Sociological Methodology 36: 75-97. http://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1111/j.1467-9531.2006.00175.x

Lois, D. (2019): Haben hierarchische Alter-Perioden-Kohorten-Modelle eine Zukunft? Eine Simulationsstudie und ein empirisches Beispiel. Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie, 71, 409-435. Haben hierarchische Alters-Perioden-Kohorten-Modelle eine Zukunft?: Eine Si...: EBSCOhost

Literaturempfehlungen

Dyadische Datenanalyse

- Kenny, D.A., Kashy, D.A. & Cook, W.L. (2006): Dyadic Data Analysis. New York, London: Guilford Press.
- Arránz Becker, O. & Lois, D. (2014): Quantitative Auswertungsverfahren in der Familiensoziologie. Ereignisanalysen und dyadische Analysen. In: Hill, P.B. & Kopp, J. (Hg.): Handbuch Familiensoziologie, S. 269-318. Wiesbaden: Springer VS. http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-658-02276-1_10

Umsetzung der Mehrebenenanalyse in SPSS

- Leyland, A. H.: A review of multilevel modeling in SPSS. Working paper (verfügbar in ILIAS)
- Linear mixed-effects modeling in SPSS: An introduction to the mixed procedure. SPSS Technical Report. http://www.spss.ch/upload/1126184451_Linear%20Mixed%20Effects%20Modeling%20in%20SPSS.pdf
- Youtube-Video zum logistischen Mehrebenenmodell in SPSS: https://www.youtube.com/watch?v=roWTULimNPk